

隅角部に曲率を有する薄肉断面部材の振動解析

愛媛大学工学部

正 員 大賀 水田生

日建技術コンサルタント

正 員 ○高尾 英樹

徳 山 高 専

正 員 重松 恒美

1. まえがき

今日、土木構造物の大型化及び軽量化傾向の増大や、構造物に対する美観の重要性などから構造部材として断面隅角部に曲率を有する薄肉断面部材が実際に使用されるようになっており、その振動特性を明らかにすることが重要となっている。そこで本研究では、少ない自由度及び計算時間で高次モードの固有振動数をも正確に求めることのできる伝達マトリックス法を用いて隅角部に曲率を有する薄肉断面部材の固有振動数及び変形モードを求めることのできる解析プログラムを開発し、さらに本法を円筒シェルパネルに適用して円筒シェルパネルに対する格間伝達マトリックスの妥当性を検討するとともに、板及び円筒シェルパネルより構成される種々の薄肉断面部材の固有振動数及び変形モードに関する基本的な検討を行った。

2. 解析理論

1) 円筒シェルパネルに対する格間伝達マトリックスの誘導

図-1に示す円筒シェルパネルの微小要素に関する断面力の釣合式、ひずみ-変位関係式及び断面力-ひずみ関係式より状態量 $Z = [w, \varphi, M_\varphi, V_\varphi, v, u, N_\varphi, N_{\varphi z}]^T$ に関する連立偏微分方程式を誘導し、相対する2辺($x=0, a$)が単純支持されていることを考慮して x 方向成分を三角関数 $w(x, \psi) = w(\psi) \sin(m\pi x/a)$ (m : 振動モード)で置き換えることにより、次のような一階の連立常微分方程式が得られる。

$$\frac{dZ}{d\psi} = AZ \quad \cdots \cdots (1)$$

式(1)を積分することにより円筒シェルパネルの両端 ($\psi = 0, b$) の状態量を関係づける格間伝達マトリックス F_S が誘導される。なお、板パネルに対する格間伝達マトリックス F_P は式(1)において円筒シェルパネルの曲率半径 r を $r \rightarrow \infty$ とすることにより得られる。

$$F_S = \exp(A\psi) = I + (A\psi) + (A\psi)^2/2! + (A\psi)^3/3! + \cdots \quad \cdots \cdots (2)$$

ここに I : 単位マトリックス

2) 固有振動数及び変形モード 板及び円筒シェルパネルに対する格間伝達マトリックスを掛け合わせることに、例えば図-2に示すC型断面部材に対して両端での状態量 Z_0 及び Z_5 を関係づける伝達式が次のように得られる。

$$Z_5 = F_{P3} F_{S2} F_{P2} F_{S1} F_{P1} Z_0 = U Z_0 \quad \cdots \cdots (3)$$

ここで、両端での境界条件を考慮することにより、振動数方程式が次のように得られる。

$$U Z_0' = 0, \quad |U| = 0 \quad \cdots \cdots (4)$$

得られた固有振動数を用いて再び伝達計算(3)を行い、未知初期状態量の1つを $z_{01} = 1$ と置くことにより、 $z_{01} = 1$ に対する相対的な値が求められる。求めた初期状態量を用いて、さらに伝達計算を行うことにより、任意の断面での状態量(変形モード)が求められる。

3. 円筒シェルパネルに対する解の妥当性の検討

本解析法を円筒シェルパネルに適用した場合の妥当性を

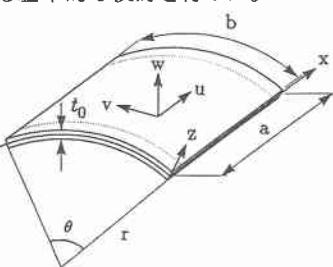


図-1 円筒シェルパネル

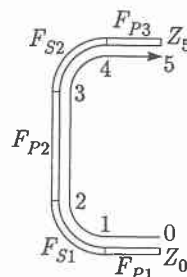


図-2 C型断面部材

表-1 円筒シェルパネルの固有振動数の比較

Bound Methods	SS		CC	
	FEM	TMM	FEM	TMM
Modes	Ω			
1st	0.2724(1,1)	0.27364(1,1)	0.9517(1,1)	0.9542(1,1)
2nd	0.5039(2,1)	0.50375(2,1)	0.9887(2,1)	0.9913(2,1)
3rd	0.7569(3,1)	0.75669(3,1)	1.0712(3,1)	1.0738(3,1)
4th	0.8556(1,2)	0.86354(1,2)	1.2157(4,1)	1.2180(4,1)
5th	0.9636(2,2)	0.97122(2,2)	1.3164(1,2)	1.3286(1,2)
6th	1.0075(4,1)	1.0077(4,1)	1.4164(2,2)	1.4281(2,2)

$r = 38\text{cm}$, $a = 13.5\text{cm}$, $b = 5.4\text{cm}$, $t_0 = 0.0559\text{cm}$; $\nu = 0.30$
 $\Omega = r\omega\sqrt{(1-\nu^2)/\rho}$, $(m,n) = (x, \psi)$ -direction mode

検討するため、本法を用いて両端($\psi = 0, b$)の境界条件が単純-単純(S-S)及び固定-固定(C-C)を有する円筒シェルパネル($a/b=2.5$, $t_0/b=0.01$, $\theta = 0.14$; 図-1参照)の解析を行い、FEMによる解との比較を行った。

表-1に示すように本法による解はいずれの境界条件及び振動モードにおいてもFEMの解と1.0%以内の誤差で一致し、本法を用いて円筒シェルパネルの固有振動数が正確かつ効率的に求められることが明らかになった。

4. 隅角部に曲率を有する薄肉断面部材の固有振動数及び変形モード

板及び円筒シェルパネルに対する格間伝達マトリックスを用いて、図-3に示す隅角部に曲率を有するL型、C型及びBox型断面部材の振動解析を行い、部材の固有振動数及び変形モードについて基本的な検討を行った。図-4及び5にC型($r/B=0.0, 0.5$)及びBox型断面部材($r/B=0.0, 0.25$)の1~5次の固有振動数、x方向モード数及び変形モードを示している。なお本数値計算例では部材の形状比 $a/H=5.0$ 、ポアソン比 $\nu = 0.3$ としている。

図-4に示すC型断面部材では、1次の変形モード以外はいずれの場合においても大きな断面変形が生じる局部変形が支配的となっており、 $r/B=0.5$ の場合の固有振動数が $r/B=0.0$ に比較して増大している。これは断面隅角部の曲率の増大により各板パネルが連成して変形するために固有振動数が増大するものと考えられる。一方、1次の変形モードでは断面全体での梁としての変形が支配的であるため、曲率の増大による断面全体の梁としての剛性が低下し、固有振動数が減少するものと考えられる。

図-5に示すBox型断面部材においても大きな断面変形が生じており、3次の変形モード以外は $r/B=0.5$ での固有振動数が $r/B=0.0$ のそれに比較して増大している。なお、いずれの場合においても隅角部の曲率の増大による変形モードの次数の入れ替わりは生じていない。

5. あとがき

本解析法を用いることにより、薄肉断面部材の固有振動数及び変形モードが極めて少ない変数(通常8個)及び計算量により精度良く求められる。また本研究で示したような隅角部に曲率を有する薄肉断面部材の変形モードはこれらの部材の複雑な振動特性を明らかにするのに有効であると思われる。

参考文献 1) Ohga, M., Takao, H. and Shigematsu, T., Vibration Analysis of Curved Panels with Variable Thickness; The 3rd World Congress on Computational Mechanics, 1994. 2) Ohga, M., Takao, H. and Shigematsu, T., Free Vibration Analysis of Thin-Walled Members; The 5th International Conference on Steel Structures, 1994.

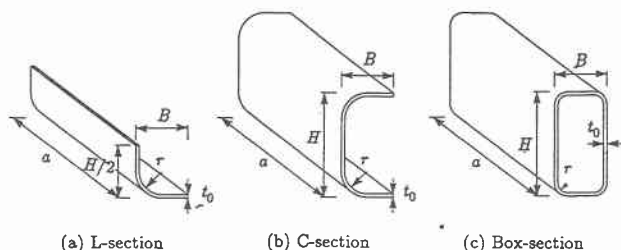


図-3 解析モデル

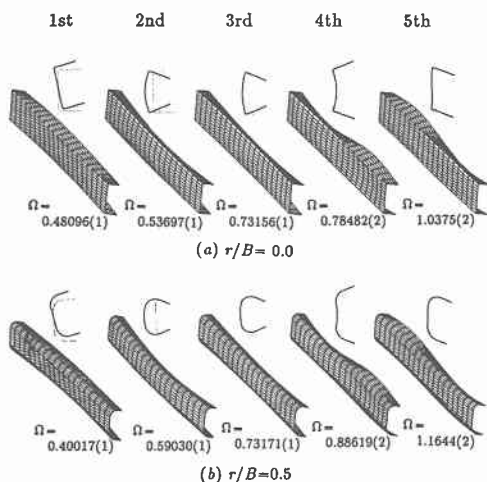


図-4 C型断面部材の固有振動数及び変形モード

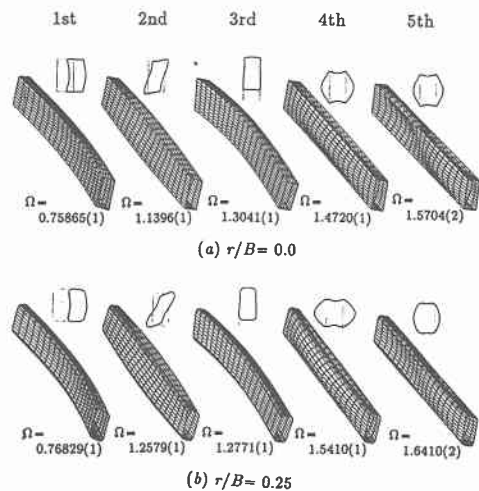


図-5 Box型断面部材の固有振動数及び変形モード