

初期応力を受ける板構造の振動解析

愛媛大学工学部
愛媛大学大学院
アースコンサルタント

正 員
学生員
大塚 雅史

大賀 水田生
○西本 公治

1. まえがき

実際の構造物においては常に自重などによる応力が生じており、これらの構造物の振動特性を考察する場合、このような応力を初期応力として考慮することが重要であると思われる。そこで本研究では、これまでに開発されている伝達マトリックス法による座屈及び振動解析理論を組み合わせることで発展させることにより、初期応力を受ける板構造の固有振動数及び変形モードを求める解析プログラムを開発するとともに、種々の初期応力を受ける板構造の振動解析を行い、初期応力が板構造の固有振動数及び変形モードに及ぼす影響を検討した。

2. 解析理論

初期応力を受ける板構造の微小要素(図-1)に関する断面力の釣合式、ひずみ-変位関係式及び断面力-ひずみ関係式より状態量 Z に関する連立偏微分方程式を誘導し、相対する2辺($x=0, a$)が単純支持されていることを考慮して x 方向成分を三角関数で置き換えることにより、次のような連立常微分方程式が得られる。

$$dZ/dy=Z \cdot A(y) \cdot Z, \quad Z=\{w, \psi_y, M_y, V_y, v, u, N_y, N_{xy}\}^T \quad \cdots \cdots (1)$$

一般に式(1)は非線形となるので、本研究ではRomberg法を用いて数値積分し格間伝達マトリックス F を求めている。この格間伝達マトリックスを用いて、左右の状態量 Z_0 及び Z_1 を関係づけ、両端の境界条件を考慮することにより固有振動数が求められる。さらに得られた固有振動数を用いて再び伝達計算を行うことにより、振動モードが得られる。

3. 数値計算及び考察

1)本解析法の妥当性の検討 2で誘導した解析法の妥当性を検討するため、本解析法を用いて等分布の初期応力($P/P_{cr}=0.0 \sim 1.0$, P_{cr} :座屈荷重)を受ける正方形4辺単純支持板の振動解析を行い、得られた振動数と厳密解との比較を行った。表-1に本解析法により得られた1~5次の固有振動数と厳密解との比較を示している。表-1より明らかなように本解析法により得られた固有振動数は、いずれのモード及び初期応力においても厳密解と有効桁5桁で完全に一致している。

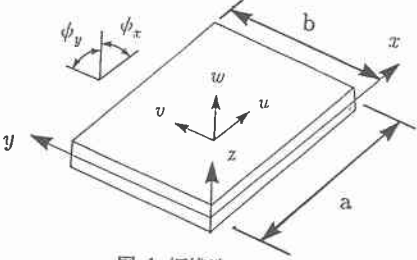


図-1 板構造

表-1 固有振動数と厳密解との比較

Modes	Methods	P/P _{cr}					
		0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
1st (1,1)	TMM	2.0000	1.7889	1.5492	1.2649	0.89943	0.0000
	Exact	2.0000	1.7889	1.5492	1.2649	0.89443	0.0000
2nd (2,1)	TMM	5.0000	4.6690	4.3128	3.9243	3.4928	3.0000
	Exact	5.0000	4.6690	4.3128	3.9243	3.4928	3.0000
3rd (1,3)	TMM	5.0000	4.9193	4.8374	4.7539	4.6690	4.5826
	Exact	5.0000	4.9193	4.8374	4.7539	4.6690	4.5826
4th (2,2)	TMM	8.0000	7.7974	7.5895	7.3756	7.1554	6.9298
	Exact	8.0000	7.7974	7.5895	7.3756	7.1554	6.9298
5th (1,3)	TMM	10.000	9.9599	9.9197	9.8793	9.8387	9.7980
	Exact	10.000	9.9599	9.9197	9.8793	9.8387	9.7980

2)初期応力が固有振動数及び変形モードに及ぼす影響の検討

本解析法を用いて図-2に示す種々の境界条件(単純-単純(S-S)、固定-固定(C-C)、単純-自由(S-F)及び固定-自由(C-F))を有する板構造が図-3に示す種々の初期応力($P/P_{cr}=0.0 \sim 1.0$)を受ける場合の振動解析を行い、初期応力が固有振動数及び変形モードに及ぼす影響を検討し

た。図-4に固定-固定支持板が曲げ初期応力を受ける場合の1-5次の固有振動数の変化を示している。また、図中に示す括弧内の数字(m, n)はそれぞれx方向及びy方向モードを示している。この場合の座屈モードは(m, n)=(2, 1)となっており、座屈モードに対応する2次の固有振動数は $P/P_{cr}=1.0$ で $\Omega=0.0$ となっている。また、1, 2及び5次の固有振動数は初期応力の増加にともない減少しているが、3, 4次の固有振動数は逆に増大している。図-5に示す変形モードにおいては、初期応力を受けていない場合($P/P_{cr}=0.0$)は対称及び逆対称の変形モードを示しているが、初期応力の増加により圧縮側の変形が引張側に比較して大きくなる傾向が見られ、その傾向は低次のモードの場合、より顕著である。

4 あとがき

本解析法を用いることにより、初期応力を受ける板構造の自由振動解析が非常に少ない変数で行えることが明らかになった。



図-2 解析モデルの境界条件

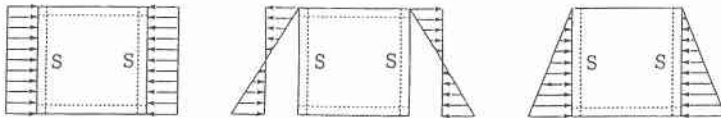


図-3 解析モデルの初期応力状態

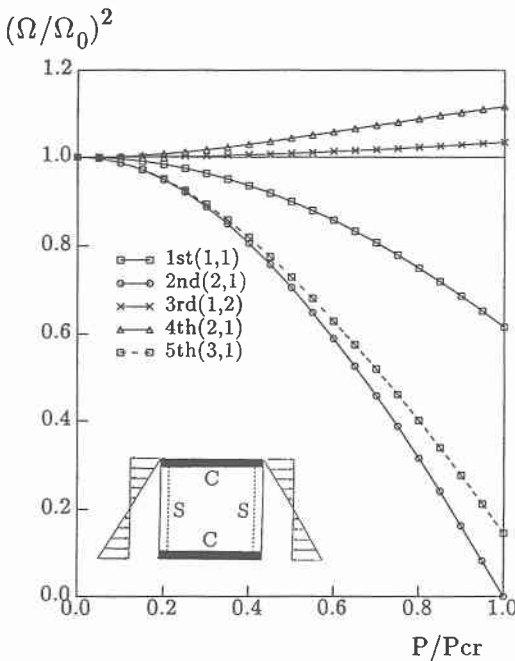


図-4 固有振動数

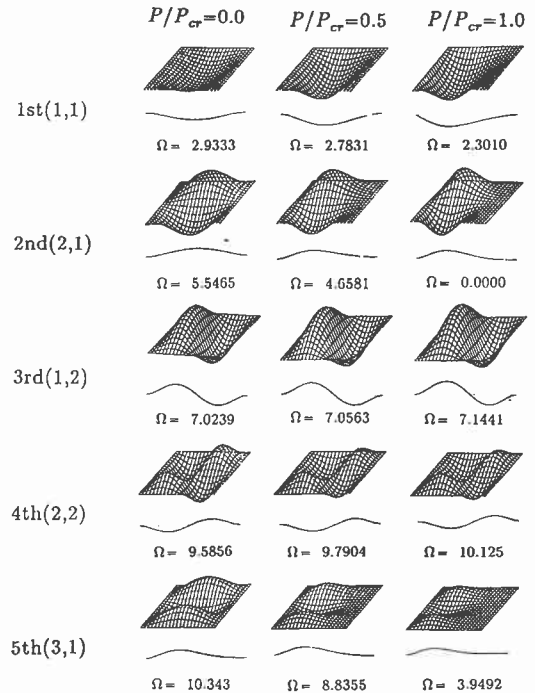


図-5 変形モード