

拡張カルマンフィルタによる線形多自由度系の部分同定

(株) エイトコンサルタント ○ 正 員 畠 一樹 (株) エース 正 員 中田浩文
徳島大学工学部 正 員 沢田 勉 徳島大学工学部 正 員 平尾 潔

1. はじめに カルマンフィルタによる線形多自由度系の同定問題に部分同定法を適用した既往の研究^{1), 2)}では、部分系の上下境界での観測記録にはノイズが含まれないとして同定を行っているが、実際には上下境界の観測記録にもノイズが含まれると考えるのが現実的である。このような観点より、本研究では、拡張カルマンフィルタによる線形多自由度系の部分同定において入力記録に含まれるノイズを除去する方法を開発し、その適用性を検討した。

2. 手法の概要 図-1のような全体系のうち、注目する部分系について考える。ただし、部分系においてはすべての質点において観測記録が得られているとする。この部分系において、最下質点を仮想地盤と考え、質点 p から質点 q までの各質点の運動方程式を絶対加速度、速度および変位を用いて表すと次のようになる。 $[M]\{\ddot{z}(t)\} + [C]\{\dot{z}(t)\} + [K]\{z(t)\} = \{f(t)\} \quad \dots (1)$

ここで、 $\{z(t)\} = \{z_p(t), \dots, z_r(t), \dots, z_q(t)\}^T$ は部分系に含まれる各質点の絶対変位、 $[M]$ =質量行列、 $[C]$ =減衰行列、 $[K]$ =剛性行列、 $\{f(t)\}$ は外力項である。拡張カルマンフィルタによる従来の同定法では、式(1)の運動方程式を漸化的に解き、時刻 $t_k = k\Delta t$ から $t_{k+1} = (k+1)\Delta t$ への推移を表す式を状態方程式として、状態量 $Z(k)$ から $Z(k+1)$ を求める。このとき、外力項 $f(t)$ の時刻 t_{k+1} での値 $f(k+1)$ は既知として状態方程式の右辺(時刻 t_k での状態量から構成される式)に含まれる。

しかし、 $f(k+1)$ は一般に観測より得られるため、これにはノイズが含まれると考えるのが現実的である。外力項は次の形をとる。

$$f(k+1) = \begin{Bmatrix} c_{p-1}\ddot{z}_{p-1}(k+1) + k_{p-1}z_{p-1}(k+1) \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ c_{q+1}\ddot{z}_{q+1}(k+1) + k_{q+1}z_{q+1}(k+1) \end{Bmatrix} \quad \dots (2)$$

このとき、式(2)の $\ddot{z}_{p-1}(k+1)$ 、 $z_{p-1}(k+1)$ 、 $\ddot{z}_{q+1}(k+1)$ 、 $z_{q+1}(k+1)$ を状態量として、従来の状態方程式の中へ並列に組み込むことを考える。これらの状態量の推移は次式で表せる。

$$\ddot{z}_j(k+1) = \ddot{z}_j(k) + u_j(k) \quad \dots (3)$$

$$\dot{z}_j(k+1) = \dot{z}_j(k) + \Delta t \ddot{z}_j(k) + 0.5 \Delta t u_j(k) \quad \dots (4)$$

$$z_j(k+1) = z_j(k) + \Delta t \dot{z}_j(k) + 0.5 \Delta t^2 \ddot{z}_j(k) + \beta \Delta t^2 u_j(k) \quad \dots (5)$$

ここで、式(3)~(5)の右辺に含まれる $u_j(k)$ は

$$u_j(k) = \ddot{z}_j(k+1) - \ddot{z}_j(k), \quad j = p-1 \text{ or } q+1 \quad \dots (6)$$

で与えられ、カルマンフィルタにおけるシステム雑音項となる。本研究の手法の特徴は、式(3)~(5)を式(1)の状態方程式に並列に組み込み、入力に含まれるノイズをフィルタすることにある。

3. 数値計算および考察 拡張カルマンフィルタによる部分同定法を用いて、線形10自由度系の部分系に含まれるばね定数および減衰係数を同定することにより本手法の有効性を検討する。ここでは解析法の有効性を検討するため、実際の観測記録は用いず入力加速度としてエルセントロ地震波を用いて応答計算したものにノイズを付加しこれを観測波形として用いた。但し、観測記録は絶対加速度時刻歴とする。また、時間

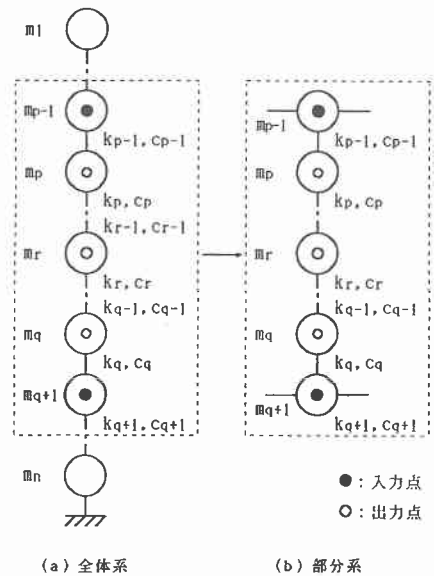


図-1 部分系モデル

刻みは $t=0.02(\text{sec})$ ，継続時間は20.48(sec)とした。表-1には同定に用いた線形10自由度系の諸元（質量、ばね定数、減衰係数）を示す。以下では、これらの系の質量は既知とし、表-1に示す各質量のばね定数と減衰係数を真値として初期値が真値の2倍の場合について、表-1に示す線形10自由度系のうち質点 m_9 および質点 m_{10} を含む部分系の系パラメータ（ばね定数及び減衰係数）を同定する。なお、観測記録に含まれるノイズの割合は5%，状態推定量の誤差共分散の初期値は1.0とした。

(1) 出力記録ノイズと同定精度の関係 ここでは、入力にはノイズが含まれない場合に、出力記録に含まれるノイズが同定精度に及ぼす影響を検討する。図-2は部分系の同定結果である。図において、横軸は時間、縦軸は各時刻における推定値／真値の比である。この図より、出力記録にのみノイズが含まれる場合には、同定精度は良いことがわかる。

(2) 入力記録ノイズと同定精度の関係 従来の研究では入力点の記録にはノイズが含まれないとして同定を行ってきたが^{1), 2)}、実際には入力点の記録にもノイズが含まれると考えるのが現実的である。ここでは、従来の方法を用いた場合に、入力記録に含まれるノイズが同定精度に及ぼす影響を検討する。図-3は入力ノイズを考慮した場合の同定結果である。この図より、入力記録にノイズが含まれる場合には、解は発散し同定不能となることがわかる。

(3) 入力ノイズをフィルタした場合 図-4は本研究で提案した手法を用いて入力ノイズをフィルタした場合の同定結果である。この図より、注目した部分系のパラメータを精度良く同定できることがわかる。図-3及び図-4の比較により、入力記録にノイズが含まれる場合、入力ノイズをフィルタすれば解の精度及び収束性は大幅に改善されることがわかる。

4. おわりに 本研究では、線形多自由度系の部分同定において、入力ノイズをフィルタする手法を開発し、その有効性を検討した。その結果、入力記録にノイズが含まれる場合にノイズをフィルタすれば解の精度及び収束性が大幅に改善されることがわかった。

表-1 10自由度系の諸元

質点番号 No.	質量 m [kg]	ばね定数 $k \times 10^3$ [kg/s ²]		減衰係数 c [kg/s]	
		真 値	初期値	真 値	初期値
1	3	0.4	0.8	8	16
2	4	0.6	1.2	12	24
3	5	0.8	1.6	16	32
4	6	1.0	2.0	20	40
5	7	1.2	2.4	24	48
6	8	1.4	2.8	28	56
7	9	1.6	3.2	32	64
8	10	1.8	3.6	36	72
9	11	2.0	4.0	40	80
10	12	2.2	4.4	44	88

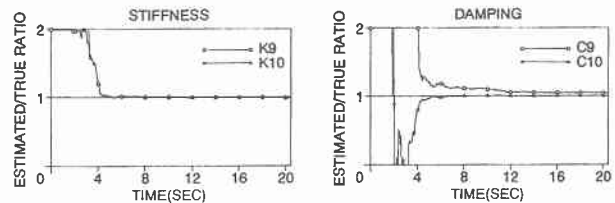


図-2 同定結果（入力記録ノイズ=0%,出力記録ノイズ=5%）

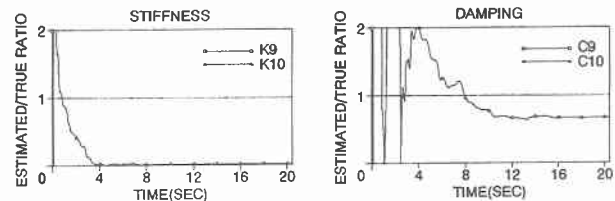


図-3 同定結果（入力記録ノイズ=5%,出力記録ノイズ=5%,従来方法）

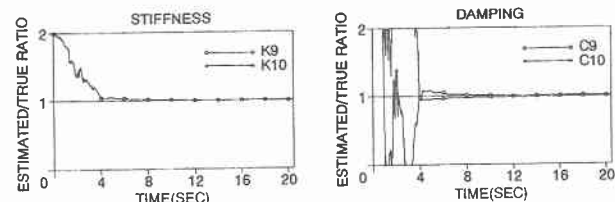


図-4 同定結果（入力記録ノイズ=5%,出力記録ノイズ=5%,本研究の方法）

5. 参考文献 (1) C.G.Koh ; Estimation of Structural Parameters in Time Domain A Substructure Approach, EESD, Vol. 20, pp787-801, 1991. (2) W.C.Oreta ; Localized Identification of Structures by Kalman Filter, JSCE, Vol. 9, pp19-27, 1993. (3) Jazwinski, A.H. ; Stochastic Processes and Filtering Theory, Academic Press, 1970.