

## 数値シミュレーションによる Braess のパラドックス発生条件の探索

広島大学 非会員 ○坂井 哲朗  
 広島大学 正会員 力石 真  
 広島大学 正会員 藤原 章正

## 1. 背景と目的

本研究では, Braess のパラドックス<sup>1)</sup>が発生する状況を探る数値シミュレーションを行う. Braess のパラドックスとは, 移動時間の短縮を目的として新たに道路リンクを追加することにより, 逆に移動時間が増加してしまう現象のことを指す. この現象は, 現存する都市でも発生することが確認されており, 封鎖することによって渋滞が改善される道路が存在することを示唆する. しかしながら, Braess のパラドックスが発生する諸条件については, 一般的な知見が得られていない状況にある. 本研究では, パラドックス発生条件を明示することを研究目的とする.

Braess のパラドックスが発生する状況を探る研究は存在するが, 特定のネットワークでのみの定式化やシミュレーションに留まっており, 知見の一般化が図られていない. そこで本研究では, 様々な道路網の構造と交通需要パターン下におけるパラドックス発生条件の数値シミュレーションアルゴリズムを構築し, アルゴリズムを用いて生成されたデータベースを決定木分析により解析することで, Braess のパラドックス発生条件を探る.

## 2. 研究の概要

本研究では, 道路網構造と交通需要パターンに注目し, 様々な条件下における Braess のパラドックスの発生状況を確認することを企図した分析を行う.

Braess のパラドックスの発生有無を判別するために, 利用者均衡配分を用いて以下の2つの道路網条件下における旅行時間を算出する.

$$TTT = F(D, G(A, E)) \quad (2a)$$

$$TTT' = F'(D, G(A, E, P)) \quad (2b)$$

ここで,  $TTT$ は移動時間,  $D$ は交通需要,  $A$ はリンク,  $E$ はノード,  $G(E, A)$ は道路網,  $TTT'$  はリンクを封

鎖した時の移動時間,  $P$ は実際に封鎖したリンクとする. イメージ式において,  $TTT$ と $TTT'$ を比較し,

$$TTT > TTT' \quad (2c)$$

となったとき, Braess のパラドックスが発生したと判断する.

決定木分析では, 道路網の変数として $\pi$ 指標, 交通需要の変数として媒介中心性を用いる<sup>2)</sup>.  $\pi$ 指標は, 道路の混み具合を示す指標であり, 値が大きいほど都市化が進んでいるといえる. 媒介中心性は, 対象のノードを通る OD ペアがどれだけあるかを表した値であり, この媒介中心性が高いほど, 中心部に位置するノードと判断できる. また, 決定木分析の説明変数は, 交通需要の媒介中心性パラメータ,  $\pi$ 指標, 取り除くリンク両端のノードのそれぞれの媒介中心性(媒介中心性1, 媒介中心性2), 取り除いたリンクの種類, 平均移動時間[min]とした.

## 3. 研究手法

## 3.1. L-system による道路網の生成

道路網の生成手法はいくつか提案されている. その中で, 本研究では, L-system<sup>3)</sup>と呼ばれるアルゴリズムを用いたネットワーク生成を行う.

L-system は, 植物や細胞などのような自己相似性を持った図形を描画することができるアルゴリズムである. 初期文字列を書き換え規則に従って変換することによって, 自己相似性を持った図形が記述できる. 本研究では, 次の表-1 の書き換え規則を設定した. また, 書き換え規則によって生成された文字列の意味を, 道路種類別に次の表-2 から表-5 に示す. また, 表中の各道路の揺らぎ角度は  $\pm 5^\circ$ として生成した. 今回生成するネットワークは, ノード数が 50 以上 200 以下のネットワークのみを対象とした.

描画したネットワークに, 配分計算に必要な基本条件を設定する. 今回生成するネットワークは, 中心部

キーワード Braess のパラドックス, 道路ネットワーク生成, 利用者均衡配分, 決定木, 交通需要

連絡先 〒739-8529 東広島市鏡山 1-5-1 広島大学大学院先進理工系科学研究科 TEL082-424-4693

表-1 L-system の書き換え規則

置き換え規則	規則①	規則②
Tree1	“A”→“A”	“B”→“A+B”
Tree2	“A”→“B-A”	“B”→“B”
Tree3	“A”→“B+”	“B”→“B+A”
Tree4	“A”→“A-B”	“B”→“A-”
Tree5	“A”→“[B+A]”	“B”→“[A]-B]”
Tree6	“A”→“A[B]”	“B”→“B]A]”

表-2 高速道路の文字列の解釈

文字	文字の意味
“A”	100,125,150 のいずれかの長さだけ前進
“B”	100,125,150 のいずれかの長さだけ前進
“+”	10°~30°でランダムな角度だけ右に回転
“-”	10°~30°でランダムな角度だけ左に回転
“[”	意味なし
“]”	意味なし

表-3 国道の文字列の解釈

文字	文字の意味
“A”	60,75 のいずれかの長さだけ前進
“B”	70,80,90 のいずれかの長さだけ前進
“+”	(15°±揺らぎ角度)だけ右に回転
“-”	(15°±揺らぎ角度)だけ左に回転
“[”	丁字に分岐する(丁字路となる)
“]”	十字に分岐する(十字路となる)

表-4 県道の文字列の解釈

文字	文字の意味
“A”	30,50 のいずれかの長さだけ前進
“B”	50,60,70 のいずれかの長さだけ前進
“+”	(90°±揺らぎ角度)だけ右に回転
“-”	(90°±揺らぎ角度)だけ左に回転
“[”	丁字に分岐する(丁字路となる)
“]”	十字に分岐する(十字路となる)

表-5 市町村道の文字列の解釈

文字	文字の意味
“A”	15,30 のいずれかの長さだけ前進
“B”	30,40,50 のいずれかの長さだけ前進
“+”	(90°±揺らぎ角度)だけ右に回転
“-”	(90°±揺らぎ角度)だけ左に回転
“[”	丁字に分岐する(丁字路となる)
“]”	十字に分岐する(十字路となる)

からの距離が 3~5km 程度の都市を想定している。生成では、高速道路、国道、県道、市町村道の順に生成し、それらの交通容量は順に 2000 [pcu] , 1500 [pcu], 1000 [pcu], 700 [pcu]とした。

### 3.2. 計算方法

生成したネットワークによるパラドックスの発生への影響を決定木で調べるため、数値化したネットワークの指標を計算する。本研究では、ネットワーク

の指標として $\pi$ 指標を用いる。 $\pi$ 指標は、道路の混み具合を示す指標であり、値が大きいほど都市化が進んでいるといえる。 $\pi$ 指標は、次に示す式(5a)で計算できる。

$$\pi = \frac{\text{道路の総延長}}{\text{ネットワークの直径}} \quad (5a)$$

また、交通需要の指標として、媒介中心性を用いる。媒介中心性は、対象のノードを通る交通がどれだけあるかを表した値であり、媒介中心性が高いほど、都心部に位置するノードと判断できる。媒介中心性は、次に示す式(5b)で計算できる。

$$BC_i = \sum_{s=1(\neq i)}^n \sum_{t=1(\neq s,i)}^n \frac{\sigma_{st}(i)}{\sigma_{st}} \quad (5b)$$

ここで、 $BC_i$ はノード*i*の媒介中心性、 $\sigma_{st}$ はノード*s*からノード*t*へ移動する最短経路の個数で、 $\sigma_{st}(i)$ は、 $\sigma_{st}$ の中でノード*i*を通る経路の数を表す。配分時には、以下に示すように、この媒介中心性を考慮し、値が大きいノードほど交通量が集中するように設定する。

交通需要を設定する。生成したネットワークによって、ノードやリンクの数が異なるため、ネットワーク生成後に、即した交通需要を設定する必要がある。交通需要の設定に用いた数式を(5c)に示す。

$$\begin{aligned} V'_i &= V_{OD} \times \left( \frac{BC_i}{BC_{Sum}} \right) \\ V_{ave} &= V_{OD} \times \left( \frac{BC_{Ave}}{BC_{Sum}} \right) \\ V_i &= \{V'_i - P \times |V'_i - V_{ave}|\} \end{aligned} \quad (5c)$$

ここで、 $V_i$ : ノード*i*に集まる交通量、 $V_{OD}$ はあらかじめランダムに作成したネットワーク全体の交通量、 $BC_i$ はノード*i*の媒介中心性、 $BC_{Sum}$ は全媒介中心性の合計値、 $E$ はノード数、 $P$ は媒介中心性考慮のパラメータ、 $BC_{Ave}$ は媒介中心性の平均値である。総交通量  $V_{OD}$ は、5万から15万の間のランダムな整数とし、パラメータ*P*の値は、0.0, 0.225, 0.450, 0.675, 0.900の5つに設定した。

利用者均衡配分時に必要となるリンクパフォーマンス関数には BPR 関数を用い、パラメータとして、溝上ら(1989)<sup>4)</sup>が提案した $\alpha = 0.96$ および $\beta = 1.20$ を用いた。また、利用者均衡配分の計算方法として逐次平均法(MSA)を利用した。パラドックスの発生状況の探索には決定木を用い、木の深さを5層、データの2割を教師データとして学習させ、分類、探索した。

本研究では、より多くのネットワークを生成し、配分計算を行うために、ランダムな20本の道路を取り除いた。よって、1つのネットワークに対して100パターンのパラドックス発生の検証ができ、150個のネットワークを生成するため、15000パターンの検証を行う。

## 4. 結果

### 4.1. ネットワーク生成結果

ネットワークの生成結果の図を以下に示す。ここでは一部のみ示す。また、ネットワークの指標として用いる $\pi$ 指標の値も併記する。図中の赤い線は高速道路で、黒い線は太い順に国道、県道、市町村道である。また、高速道路とその他の道路が交わった場所を黒三角形で示している。図で黒三角形が描画されていない場合は立体交差とし、接続できないものとした。



図-2 ネットワーク例 2( $\pi$ 指標: 50.55)



図-3 ネットワーク例 3( $\pi$ 指標: 117.59)

今回のシミュレーションでは、150個のネットワークを生成した。生成したネットワークは、ノード数50以上200以下のものであり、中心からの距離が3~5km程度の都市を想定している。パラドックス発生の検証は、まず生成したネットワークにおいて配分計算を行ったのち、ランダムな20本のリンクを取り除いて、再び配分計算を行い、移動時間の変化を比較することで行った。3.2で述べた通り、交通需要パターンはパラメータ $P$ の値を5パターンに分けて計算した。各ノードの発生交通量は、 $P$ の値が小さいほど

媒介中心性にに基づき、値が大きいほど各ノード媒介中心性にに基づかない、すなわち、各ノード間での発生交通量に差がなくなるということである。

まず、パラドックス発生に関する検証の結果を説明する。今回のアルゴリズムでは、14747本のリンクが検証のための配分計算を行うことができた。また、そのうち308本(2.09%)のリンクでパラドックスの発生を確認した。

ネットワークの現実性を示す指標は定められていないため、現実的かどうかの解釈は分かれることが予想される。例えば、図-2では、高速道路を挟んで国道と県道および市町村道が分かれて生成している。都市と考えれば現実的ではないと思えるが、山間部と考えれば高速道路を挟んで集落があり、国道によって他の地域につながっているならば、現実的であるとも捉えられる。このように、地理的条件などの他の条件などによって判断に差が生じるため、ネットワークの現実性を判断する明確な指標の検討は、今後の課題の一つである。

加えて、今回のネットワーク生成では、高速道路→国道(3回成長)→県道(6回成長)→市町村道(5回成長が2回)という順序で描画し、種類ごとの生成であったため分岐先の道路は分岐前の道路と同じ種類となっている。しかし、多くのネットワークでは国道の分岐先は県道、その分岐先は市町村道という構造が多く、この点においても改善の余地があるといえる。

### 4.2. 決定木分析結果

決定木分析の結果を次の図-4と図-5に示す。モデルの精度は98%と高い値を残した。

図-4中のノードの媒介中心性1, 媒介中心性2は、取り除いたリンクの媒介中心性を表すことができないため、リンクの両端のノードの媒介中心性であり、どちらにも違いはない。また、図-5中の $\pi$ 指標,  $\text{time\_average}[\text{min}]$ はネットワーク全体の平均移動時間,  $\text{cut\_o\_bc}$ と $\text{cut\_d\_bc}$ は媒介中心性1, 媒介中心性2を,  $\text{cut\_road\_type}$ は取り除いた道路の種類で,  $i$ は交通需要の媒介中心性パラメータを表す。取り除いた道路の種類について、高速道路を1, 国道を2, 県道を3, 市町村道を10として値を設定した。

始めに、図-4の特徴量を見ると、ネットワーク全体の平均移動時間の値が大きいことがわかる。Braessのパラドックスの発生には、この平均移動時間の値

が大きくかかわっており、逆に、取り除くリンクの種類や交通需要の中心媒介性の考慮については大きな影響がないことがわかる。Braess のパラドックスの発生に、ネットワークの状況は多少関わっていると証明できたが、交通需要パターンによる発生分類はできなかった。

次に、図-5 の決定木分析の Tree の構造について考察する。図-5 の赤の二つのノードに注目すると、この二つのノードから、ネットワーク全体の平均移動時間が 3.887 分以下かつ  $\pi$  指標の値が 31.571 以上で、リンクの一方のノードの媒介中心性の値が 0.015 以上のネットワーク状況であれば、パラドックスは発生することがわかる。すなわち、比較的都市化の進んだネットワークの中心の道路ほど、パラドックスが発生しやすいといえる。加えて、この二つのノードを比較すると、カットする道路は、国道などの大きな道路ではなく、小さな市町村道の方が 2 倍近く発生しやすいという結果になった。さらに、図-5 の青のノードに注目すると、平均移動時間が 5.9 分以上かつリンクの両端のノードのうち一方のノードの媒介中心性の値が 0.016 以上のネットワーク状態では、パラドックスはほとんど発生しないという結果となった。

しかし、今回の分析では、 $\pi$  指標の値による都市化の明確な基準がないため、どの程度都市化が進んでいる都市なのかという議論ができない。加えて、3.1 のネットワーク生成の結果で挙げたように、ネットワークの現実性を考慮することができていないため、現実性を判断する指標が必要である。さらに、図-5 において、分類されたデータ数が極端に少ない終端ノードがいくつか確認できる。これは、現在用いている説明変数では分類できないデータであることや、教師データとして用いた 2 割に含まれていた外れ値が反応したことなどが原因で生じていると考えられる。今後、説明変数の種類を増やす等により改善を図る必要がある。

5. 結論

本論文では、回避によって多くのメリットが期待されるものの、未だ発生状態について知見が一般化されていない Braess のパラドックスの発生状況の探索を行った。

本研究では、Braess のパラドックスが発生する状況を探るため、仮想ネットワークを生成し、利用者均衡配分ののち、決定木分析により状況の探索を行った。ネットワークを生成においては、道路種類別に生成することの課題とネットワークの現実性指標についての問題を示した。また、決定木分析によって、パラドックスの発生しやすいネットワーク状況を発見した。加えて、Braess のパラドックス発生状況を探るうえで、必要となる説明変数の種類や設定条件などの課題を示した。

参考文献

- 1) Dietrich Braess, Anna Nagurney, Tina Wakolbinger: On a Paradox of Traffic Planning, Transportation Science, Vol. 39, No. 4, pp. 446-450, 2005
- 2) 延原玄弥, 内田英明, 阿部和規, 藤井秀樹, 吉村忍: 道路ネットワークの特徴量分析とその生成, The 34th Annual Conference of the Japanese Society for Artificial Intelligence, 2020
- 3) 加藤伸子, 奥野智江, 狩野均, 西原清一: L-system を用いた仮想都市のための道路網生成手法, 情報処理学会論文誌, Vol. 41, No. 4, 2000
- 4) 土木学会, 1998, 交通ネットワークの均衡分析—最新の理論と解法—, 土木学会

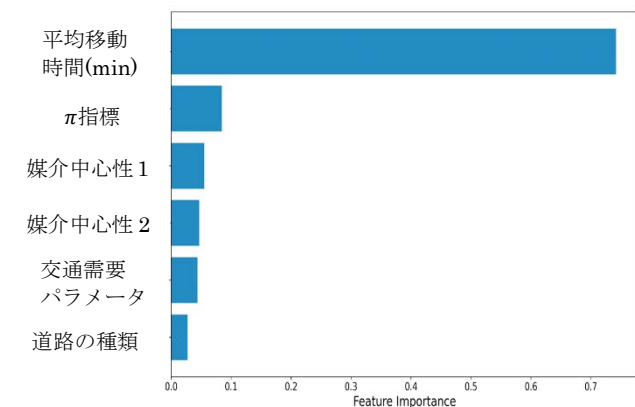


図-4 特徴量

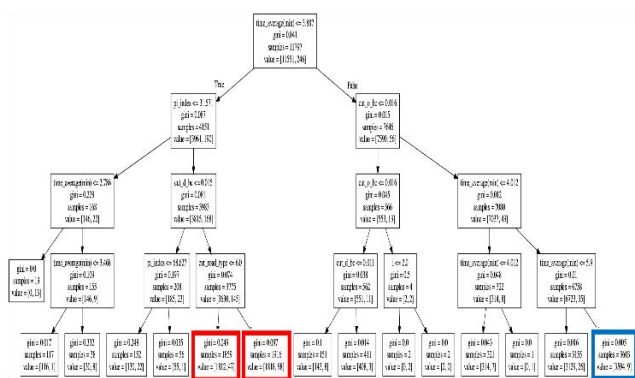


図-5 Tree の構造