

シザーズFEM要素の断面応力に基づく展開骨組の寸法最適化問題

広島大学大学院 学生会員 吉田啓悟
 広島大学大学院 正会員 有尾 一郎

1. はじめに

複数の骨組部材がピン接続された連鎖回動離散体からなるシザーズ機構は展開/収納可能な構造である¹⁾ため、機能性・コンパクト性に優れており無重力下の宇宙構造に用いられてきた。この有用なモジュールを無人化自動架橋に近い橋梁に利用し、各種要求性能を満たすために、死・活荷重、座屈、振動に対する構造安定性および最適な寸法設計を考える必要がある²⁾。

構造最適化には最小重量化あるいは最大コンプラインスの設計目的がある。当研究室では、シザーズ構造解析用に開発されたFEMを用いて要素応力と変位から要素*i*の断面高さ $b_i^{(\nu)}$ を更新し、断面の最適化を行っている。しかし、断面力には軸力 N_i 、曲げモーメント M_i 、剪断力 Q_i があり、断面の大きさだけでなく断面形状も要素の応力状態に影響する。

本研究では、部材断面高さ $b_i^{(\nu)}$ だけでなく、断面形状を決定する縦横比 $c_i^{(\nu)}$ についても考慮した複数の設計変数を用いて更に効率的な最小重量化を目的とする。この本解析手法と縦横比 $c_i^{(\nu)}$ の固定された場合の解析手法による結果を比較し、本研究の $c_i^{(\nu)}$ も設計変数とした場合の優位性を明らかにする。

2. 理論

本研究での最適化手法による結果の各断面力 (N_i, M_i, Q_i) の各応力を応力制限内に収まるように、修正係数を用いて設計変数として断面積 $A_i^{(\nu)}$ と断面二次モーメント $I_i^{(\nu)}$ の修正を同時に行い、断面形状の $c_i^{(\nu)}$ と $b_i^{(\nu)}$ を更新する。また、 (ν) は反復回数である。そして総重量 W の目的関数を最適に反復機械学習的に修正する。

$$\text{Min. } W^{(\nu)} = \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^4 \gamma A_{k,j}^{(\nu)} \ell_{k,j} \dots \dots \dots (1)$$

$$\text{Subject to } |N_{\sigma_i}^{(\nu)}| \leq N_{\sigma_{a,i}}^{(\nu)} \dots \dots \dots (2)$$

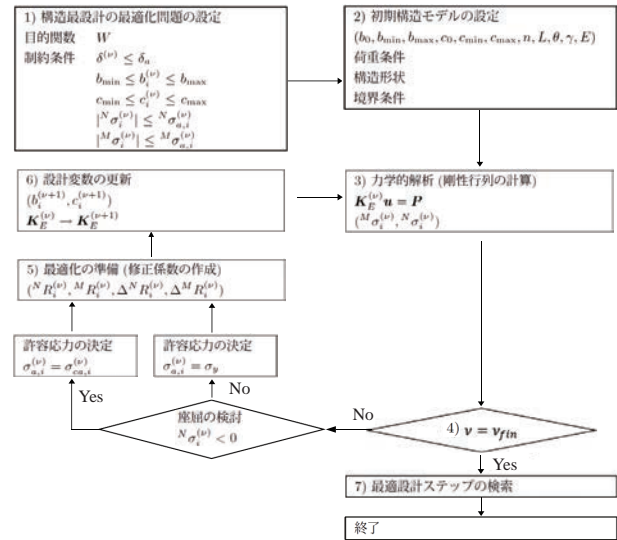


Fig. 1 Flowchart by present method

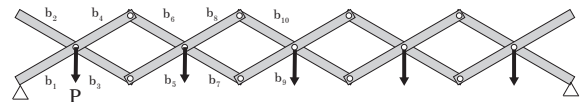


Fig. 2 Analysis model(model SS)

Table 1 Analytical condition

初期 b_i	10mm	初期 c_i	0.5
最小 b_i	10mm	最小 c_i	0.1
最大 b_i	500mm	最大 c_i	1.0
比重 γ	2.73	ヤング係数 E	70000MPa
降伏応力 σ_y	180MPa	展開角 θ	60(度)

$$|M_{\sigma_i}^{(\nu)}| \leq M_{\sigma_{a,i}}^{(\nu)} \dots \dots \dots (3)$$

なお、断面は高さ $b_i^{(\nu)}$ 、幅 $b_i^{(\nu)} c_i^{(\nu)}$ による矩形断面とし、 $A_i^{(\nu)}$ と $I_i^{(\nu)}$ を以下のような式で定義する。

$$A_i^{(\nu)} = c_i^{(\nu)} (b_i^{(\nu)})^2 \dots \dots \dots (4)$$

$$I_i^{(\nu)} = c_i^{(\nu)} (b_i^{(\nu)})^4 / 12 \dots \dots \dots (5)$$

本解析手法に用いる感度解析による修正係数として、軸応力 $N_{\sigma_i}^{(\nu)}$ と曲げ応力 $M_{\sigma_i}^{(\nu)}$ の比による修正係数を

$$N R_i^{(\nu)} = \frac{N \sigma_i^{(\nu)}}{N \sigma_i^{(\nu)} + M \sigma_i^{(\nu)}} \dots\dots\dots (6)$$

$$M R_i^{(\nu)} = \frac{M \sigma_i^{(\nu)}}{N \sigma_i^{(\nu)} + M \sigma_i^{(\nu)}} \dots\dots\dots (7)$$

$N \sigma_i^{(\nu)}$ と $N \sigma_{a,i}^{(\nu)}$, $M \sigma_i^{(\nu)}$ と $M \sigma_{a,i}^{(\nu)}$ の残差による調整修正係数

$$\Delta N R_i^{(\nu)} = \frac{|N \sigma_{a,i}^{(\nu)} - N \sigma_i^{(\nu)}|}{N \sigma_{a,i}^{(\nu)}} \dots\dots\dots (8)$$

$$\Delta M R_i^{(\nu)} = \frac{|M \sigma_{a,i}^{(\nu)} - M \sigma_i^{(\nu)}|}{M \sigma_{a,i}^{(\nu)}} \dots\dots\dots (9)$$

この修正係数と調整修正係数を用いて $A_i^{(\nu)}$ と $I_i^{(\nu)}$ を次式で更新し、部材断面を最適化していく。

$$A_i^{(\nu+1)} = \begin{cases} A_i^{(\nu)}(1 + N R_i^{(\nu)} \Delta N R_i^{(\nu)}), & N \sigma_i^{(\nu)} > N \sigma_{a,i}^{(\nu)} \\ A_i^{(\nu)}(1 - N R_i^{(\nu)} \Delta N R_i^{(\nu)}), & N \sigma_i^{(\nu)} \leq N \sigma_{a,i}^{(\nu)} \end{cases}$$

$$I_i^{(\nu+1)} = \begin{cases} I_i^{(\nu)}(1 + M R_i^{(\nu)} \Delta M R_i^{(\nu)}), & M \sigma_i^{(\nu)} > M \sigma_{a,i}^{(\nu)} \\ I_i^{(\nu)}(1 - M R_i^{(\nu)} \Delta M R_i^{(\nu)}), & M \sigma_i^{(\nu)} \leq M \sigma_{a,i}^{(\nu)} \end{cases}$$

この更新された値において式 (4) と式 (5) を変形させ $b_i^{(\nu)}$ と $c_i^{(\nu)}$ を導出し断面形状を決定する。なお、本手法では応力による感度解析を用いた解析結果について考察する。

3. 構造最適形態の重量比較

本研究での最適化手法による優位性を示すため、縦横比 $c_i^{(\nu)} = 0.5$ の一定値とし、断面高さ $b_i^{(\nu)}$ を反復修正する最適化手法と重量の比較を行った。比較には無補強単純シザーズモデル (SS モデル) を用いた。Table 1 に解析条件, Fig. 2 に荷重モデルを示す。この結果、本研究による解析結果が 40%軽量であることが示された。これは部材の軸応力と曲げ応力の比率より断面寸法が得られたためだと考えられる。圧縮部材の座屈も考慮した時の各部材の合成応力は全て許容応力内に収まったため、部材重量が最小化された。

4. 支点の変化による構造最適形態

SS モデルと張出し無補強シザーズモデル (CS モデル) を比較する。この二つのモデルは、支点 (境界条件) の位置が異なる。これは、橋の架設時と架設後の状態を想定する。反復計算による重量の変化及び最終形態を Fig. 3 に示す。この結果、CS モデルにおいても本研究での最適化手法において軽量化に成功している。Fig. 3 の最終形態において、赤色が圧縮を、青色が引張を示す。SS モデルの方が軽量となり、各部材の軸力が反転した。さらに、曲げモーメントの大きさによって $b_i^{(\nu)}$ も大きく更新され、架設前と架設後における各応力に基づいて必要な構造形態が現れた。

5. 補強材有無による構造最適形態

補強部材の配置位置によって重量変化を比較する。Fig. 3 にて、無補強の SS モデル, 上弦補強 (モデル D), フル補強モデル (モデル E) の重量の変化及び最終形態について考察する。本手法において最適化を行うと、補強部材のあるモデルについて軽量化が見られる。また、補強部材が増加するにつれ縦横比 $c_i^{(\nu)}$ を固定した場合の解析結果との重量の差が小さくなっている。これは、部材断面力において軸応力の占める割合が大きくなり、シザーズ要素の母材がトラスのような働きになることが原因だと考えられる。

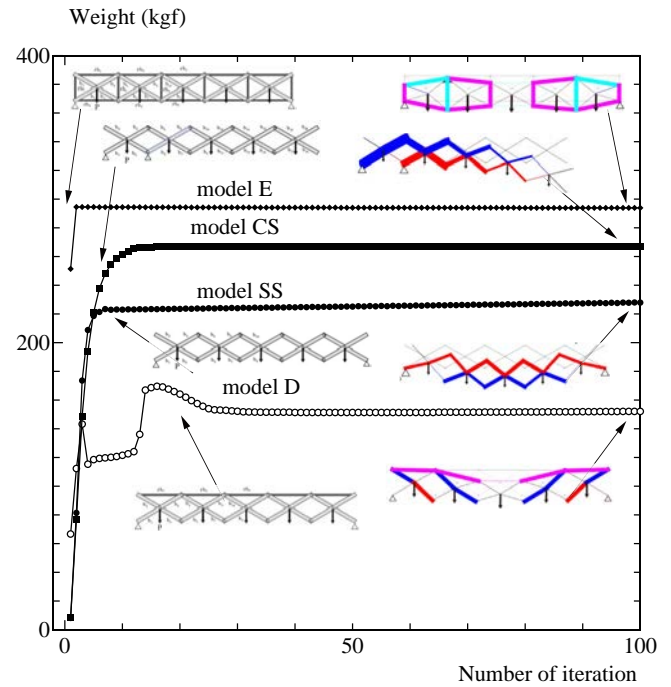


Fig. 3 Weight and Structural form

6. 結語

1. 各応力に基づく断面寸法の更新方法により、様々なモデルに対して軽量の構造形態を得ることができた。
2. 無補強単純シザーズモデル (SS モデル) と張出し無補強シザーズモデル (CS モデル) の境界条件の異なるモデルにおいて最適構造形態に大きな違いがみられた。
3. 補強部材の導入によって更なる軽量化が見込める。また、補強部材の配置方法によって、縦横比 $c_i^{(\nu)}$ を固定した場合の解析結果との重量の差は小さくなった。

参考文献

- 1) Yar M. et al.: A novel planar scissor structure transforming between concave and convex configurations, International Journal of Computational Methods and Experimental Measurements, 5(4), pp.442-450, 2017.
- 2) Tomasz Lewinski, Tomasz Sokol, Cezary Graczykowski: Michell Structures, Springer, 2019.