

## 周波数領域での簡便な地震応答最大値算定法開発において フーリエ位相および振幅スペクトルを簡易な関数で表すことの検討

鳥取大学 学生会員 ○海江田 巧  
鳥取大学 正会員 谷口 朋代

### 1. 序

耐震設計において地震荷重を算定する際、簡単のために応答スペクトルを用いる場合がある。応答スペクトルは予め作成する必要がある、実際の設計において与えられている応答スペクトルの例として、道路橋示方書に示される、減衰定数5%のときの1自由度-バネ質点系(SDOF)の最大応答を表すものがある。しかし、設計する構造物は減衰定数5%のものばかりではないので、所要の減衰による応答となるように応答スペクトル値を適宜補正する必要がある。現在、応答スペクトルの減衰補正方法として、統計的に求められた係数Cdを用いる方法<sup>1)</sup>(以下Cd法)がある。Cd法による減衰補正は、ある周期の減衰定数5%の最大応答に任意の減衰定数に基づく係数を乗じて、任意の減衰定数の最大応答を簡便に算定するものである。しかし、減衰補正した最大応答は時刻歴応答(THA)の最大値と比べると精度が悪い<sup>2)</sup>。

そこで本研究では、Cd法に代わる簡便かつ精度良い減衰補正式、もしくは最大応答値算定式を開発することを目的とする。

### 2. 簡便な算定式の概要

SDOFに地震動が入力されたときの変位の時刻歴応答 $y(t)$ が、入力地動加速度のフーリエスペクトル $F_Z(\omega)$ とSDOFの伝達関数 $H(\omega)$ を乗して逆フーリエ変換したもので表される式を示す。

$$y(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(\omega) F_Z(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad \dots (1)$$

ここで、 $t$ : 時刻,  $\omega$ : 角周波数

Keywords: 応答スペクトル, フーリエスペクトル

連絡先: 〒680-8550 鳥取市湖山町南4丁目101

TEL0857-31-5288

$$H(\omega) = \frac{n_0^2 - \omega^2 - 2ihn_0\omega}{(n_0^2 - \omega^2)^2 + 4h^2n_0^2\omega^2}$$

$n_0, h$ : SDOFが有する固有円振動数, 減衰定数である。

このとき、地震応答が最大となる時刻が既知であり、地震応答のフーリエスペクトル $H(\omega)F_Z(\omega)$ を簡易な関数で表すことができれば、(1)式を用いて地震応答最大値が簡便に算定できそうである。

地震応答最大値の発生時刻を既知の値とするためには、予め与えられた地動加速度のフーリエスペクトルと、SDOFが有する固有円振動数および減衰定数の値などから、地震応答最大値発生時刻を算定する必要がある。文献3)によると、地動加速度のフーリエ位相スペクトルの差分から、地動加速度の最大値が発生する時刻は大まかに読み取れる。同様に、地震応答のフーリエ位相スペクトルの差分から、地震応答の最大値が発生する時刻は大まかに読み取れると考えられる。しかし、地震応答が最大となる時刻を、明確かつ簡便に算定する手法は未だにない。そのため本研究では、地震応答が最大となる時刻は既知として扱い、式(1)中の地震応答のフーリエスペクトル $H(\omega)F_Z(\omega)$ を簡易な関数で表すことを試みる。

### 3. 簡易な関数による表現

式(1)中における地震応答のフーリエスペクトル $H(\omega)F_Z(\omega)$ を、 $|H(\omega)F_Z(\omega)|$ : 地震応答のフーリエ振幅スペクトル,  $\theta(\omega)$ : 地震応答のフーリエ位相スペクトルの積で与える。

$$H(\omega)F_Z(\omega) = |H(\omega)F_Z(\omega)| \cdot e^{-i\theta(\omega)} \quad \dots (2a)$$

$$|H(\omega)F_Z(\omega)| = |H(\omega)| \cdot |F_Z(\omega)| \quad \dots (2b)$$

$$\theta(\omega) = \theta_H(\omega) + \theta_Z(\omega) \quad \dots (2c)$$

ここで、 $\theta_H(\omega)$  : 伝達関数の位相,  $\theta_Z(\omega)$  : 地動加速度のフーリエ位相スペクトル

地震応答最大値の発生時刻 $t_p$ が与えられたとき, 式(1)より地震応答最大値 $y_{max} (= y(t_p))$ を算定する. このとき, 式(1)に式(2)を代入して整理した式(3)を示す.

$$y_{max} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |H(\omega)F_Z(\omega)| e^{i\{t_p\omega - \theta(\omega)\}} d\omega$$

$$= \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} |H(\omega)F_Z(\omega)| \cos\{t_p\omega - \theta(\omega)\} d\omega \quad \dots (3)$$

まず, (3)式中の地震応答のフーリエ振幅スペクトル $|H(\omega)F_Z(\omega)|$ を簡易な関数で表すことを試みる. 式(2b)の地震応答のフーリエ振幅スペクトル $|H(\omega)F_Z(\omega)|$ が, 地動加速度のフーリエ振幅スペクトル $|F_Z(\omega)|$ に伝達関数の振幅 $|H(\omega)|$ を乗して得られる様子を図示する(図-1).

図-1の地動加速度のフーリエ振幅スペクトル $|F_Z(\omega)|$ を, 係数として簡略的に扱う方法を考える. 改めて地震応答のフーリエ振幅スペクトルを $F(\omega)$ と置き, 地震応答のフーリエ振幅スペクトルを近似的に得る式(4)を示す.

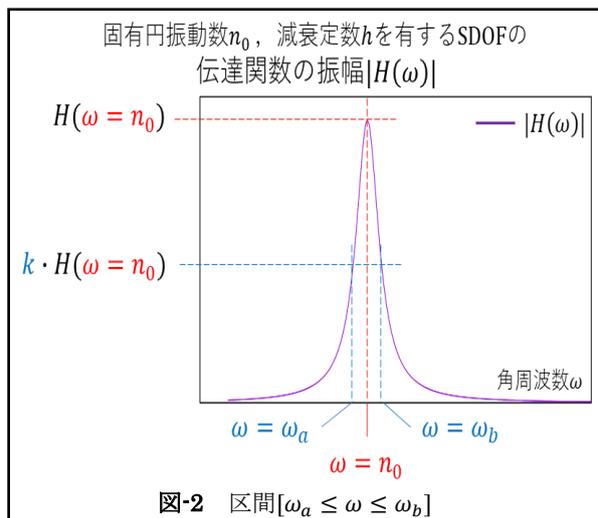
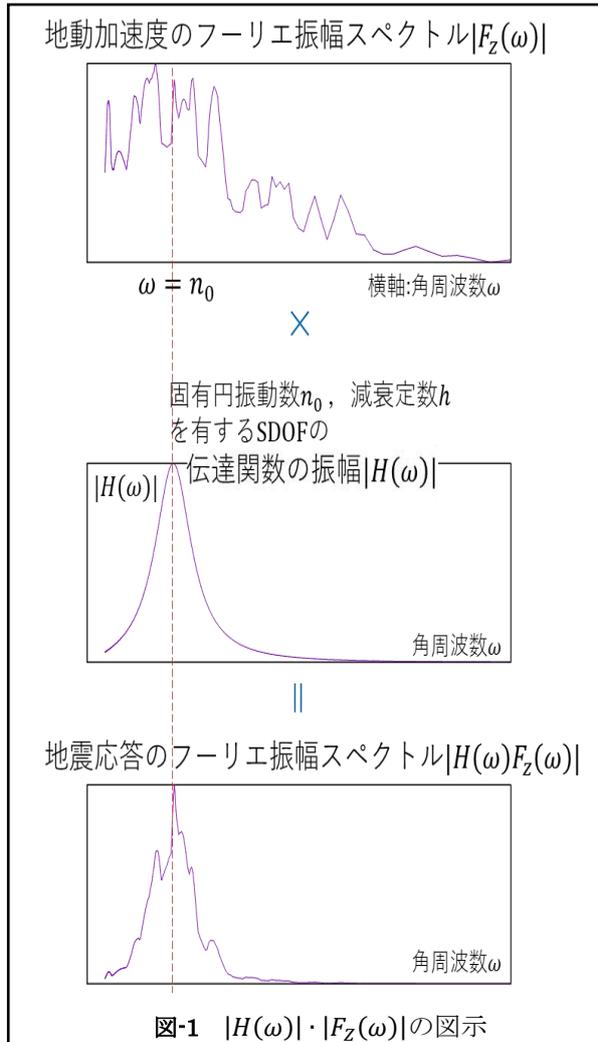
$$|H(\omega)F_Z(\omega)| \doteq F(\omega) = a_z |H(\omega)| \quad \dots (4)$$

$F(\omega)$  : 近似的に得た地震応答のフーリエ振幅スペクトル,  $a_z$  : 地動加速度のフーリエ振幅スペクトルを基に決定する係数

図-1より, 角周波数 $\omega$ が固有円振動数 $n_0$ の近傍の値であるときの地動加速度のフーリエ振幅スペクトル $|F_Z(\omega)|$ と, 係数 $a_z$ の値が近ければ, 式(4)の近似の精度は良くなることが示唆される. そこで, 係数 $a_z$ に区間 $[\omega_a \leq \omega \leq \omega_b]$ で地動加速度のフーリエ振幅スペクトル $|F_Z(\omega)|$ の平均を用いることを試みる((5a)式).

$$a_z = \frac{1}{\omega_b - \omega_a} \int_{\omega_a}^{\omega_b} |F_Z(\omega)| d\omega \quad \dots (5a)$$

また,  $\omega_a$ および $\omega_b$ は(5b)式を満たす $\omega$ から決定する(図-2参照).



$$|H(\omega)| = k |H(\omega = n_0)| \quad \dots (5b)$$

ただし,  $0 \leq k \leq 1$

これより, (3)式に(4)式を代入して, (6)式を得る. (6)式は地震応答のフーリエ振幅スペク

トルのみを簡易的に表し、地震応答最大値を算定する式となっている。

$$y_{max} \cong \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} a_z |H(\omega)| \cos\{t_p \omega - \theta(\omega)\} d\omega \quad \dots (6)$$

次に、(3) 式中の地震応答のフーリエ位相スペクトル  $\theta(\omega)$  を簡易な関数で表すことを試みる。図-1 に示した伝達関数の振幅  $|H(\omega)|$  の形状より、式(3) によって地震応答最大値を算定するとき、最大応答値を決定する要因として、角周波数  $\omega$  が固有円振動数  $n_0$  の近傍の値であるときの、地動加速度のフーリエスペクトル  $F_Z(\omega)$  の値の影響が大きいことが容易に想像される。

よって、地動加速度のフーリエ位相スペクトルを線形と仮定して、改めて地動加速度のフーリエ位相スペクトルを  $\phi_Z(\omega)$  と置き、(7) 式に示す。

$$\theta_Z(\omega) \cong \phi_Z(\omega) = t_z \omega - c \quad \dots (7)$$

$\phi_Z(\omega)$  : 近似的に得た地動加速度のフーリエ位相スペクトル

ただし、 $c$  は未定の係数。また  $t_z$  は、地動加速度のフーリエ位相スペクトル  $\theta_Z(\omega)$  の差分を、 $[\omega_a \leq \omega \leq \omega_b]$  の区間で平均をとって決定される。

$$t_z = \frac{1}{\omega_b - \omega_a} \int_{\omega_a}^{\omega_b} \frac{d\theta_Z(\omega)}{d\omega} d\omega$$

$d\theta_Z(\omega)/d\omega$  は、地動加速度のフーリエ位相スペクトル  $\theta_Z(\omega)$  の差分に相当する。

地震応答最大値を算定する式(3) に式(7) を代入して整理した式(8) を示す。

$$y_{max} \cong \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} |H(\omega) F_Z(\omega)| \cos\{t_p \omega - (t_z \omega - c) - \theta_H(\omega)\} d\omega \quad \dots (8)$$

ここで、未定係数  $c$  について考える。図-1 に示す地震応答のフーリエ振幅スペクトル  $|H(\omega) F_Z(\omega)|$  に  $\cos\{t_p \omega - \theta(\omega)\}$  を乗じて、(3) 式のように地震応答最大値を得るとき、地震応答のフーリエ振幅スペクトル  $|H(\omega) F_Z(\omega)|$  のピークの位置 ( $\omega = n_0$ ) では、 $\cos\{t_p \omega - \theta(\omega)\} \cong 1$  となっていることが予

想される。よって(8) 式の未定係数  $c$  は、(9) 式を満たすように決定する。

$$\cos\{t_p n_0 - (t_z n_0 - c) - \theta_H(\omega = n_0)\} = 1 \quad \dots (9)$$

#### 4. 結果

地震応答のフーリエ振幅スペクトルを簡易的に表して算定した地震応答最大値((6) 式)、および地震応答のフーリエ位相スペクトルを簡易的に表して算定した地震応答最大値((8) 式)と、nigam の方法より算定した時刻歴地震応答の最大値を比較して、簡易的に表した応答変位スペクトルが適切かを考える。更に、(6) 式および(8) 式で得た最大地震応答値をそれぞれ比較し、最大地震応答値を算定する要因として、地震応答のフーリエ振幅スペクトルとフーリエ位相スペクトルの影響について考察する。

横軸に固有周期をとり、(6) 式による最大応答値、

(8) 式による最大応答値、時刻歴地震応答(THA) の最大値をプロットした図を示す(図-3)。なお、SDOF が有する減衰定数は5%と与える。また、(5b) 式または図-2 において  $k = 0.5$  として、(6) 式および(8) 式での算定を行った。入力地震動には KobeNS 地動加速度波形を用いた。KobeNS 地動加速度のフーリエ位相スペクトルの差分およびフーリエ振幅スペクトルを図-4、図-5 に示す。

図-3 より、(6) 式による最大応答値と時刻歴地震応答の最大値を比較する。(6) 式では、地動加速度のフーリエ振幅スペクトルの大きさを係数  $a_z$  という形で反映させていた。地動加速度のフーリエ振幅スペクトルの形状も(6) 式に反映できれば、(6) 式による最大応答値は時刻歴地震応答の最大値に近づきそうだ。

また、図-3 より、(8) 式による最大応答値と時刻歴地震応答の最大値を比較すると、大きく違うことが分かる。(8) 式では、地動加速度のフーリエ位相スペクトルを、(7) 式のように線形で近似した。しかし、地動加速度のフーリエ位相スペクトルの線形の近似は、近似の精度が不十分だった

と考えられる。

地震応答のフーリエ振幅スペクトルを簡易的に表して算定した地震応答最大値 ((6) 式) と、地震応答のフーリエ位相スペクトルを簡易的に表して算定した地震応答最大値 ((8) 式) を比較すると、まだ (6) 式より得た地震最大応答値の方が精度が良いことが図-3 より分かる。これより、地震応答最大値の算定には、地震応答のフーリエ位相スペクトルをより精度よく表す必要があることが分かった。

5. まとめ

地動加速度のフーリエ振幅スペクトルの大きさのみでなく、形状も考慮すれば、地震応答最大値の簡便な算定法の精度が良くなりそうである。

式 (7) のような地動加速度のフーリエ位相スペクトルの線形の近似は、近似の精度が不十分だ

ったと考えられる。

地震応答最大値の簡便な算定には、地震応答のフーリエ振幅スペクトルよりも、地震応答のフーリエ位相スペクトルを精度よく表す必要がありそうである。

参考文献

- 1) 日本道路協会:道路示方書・同解説, V 耐震設計編, pp12-29, 2002. 3.
- 2) 横川英彰, 阿部雅人, 吉田純司, 不規則振動論による応答スペクトルの減衰補正, 土木学会地震工学論文集, 2003.
- 3) 理論地震動研究会:地震動 その合成と波形処理, pp132-134, 鹿島出版会, 1994

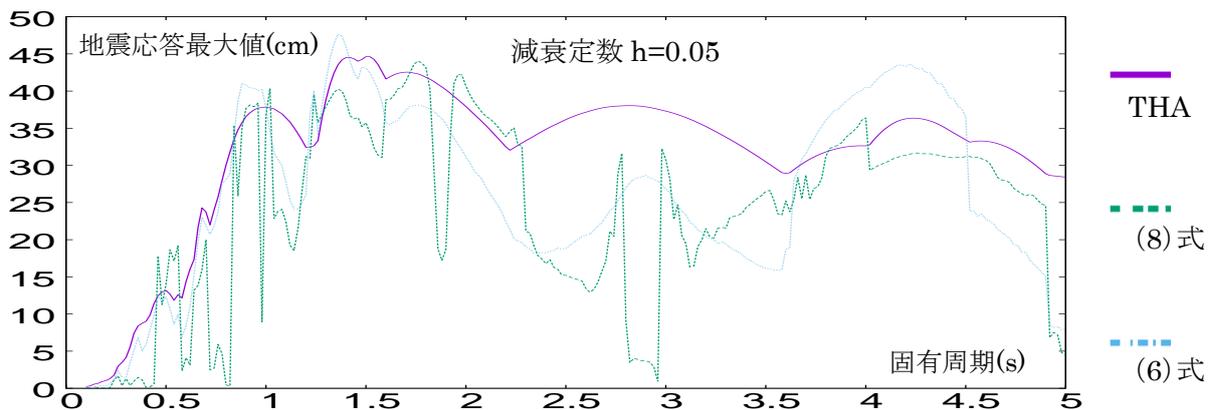


図-3 算定した地震最大応答値の比較

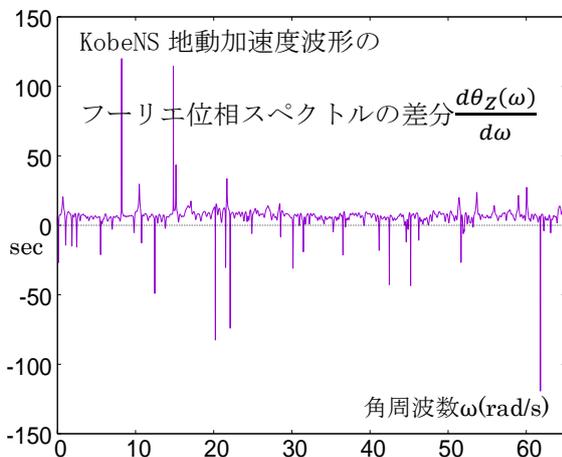


図-4 縦軸:  $d\theta_z(\omega)/d\omega$ -横軸:  $\omega$  (KobeNS)

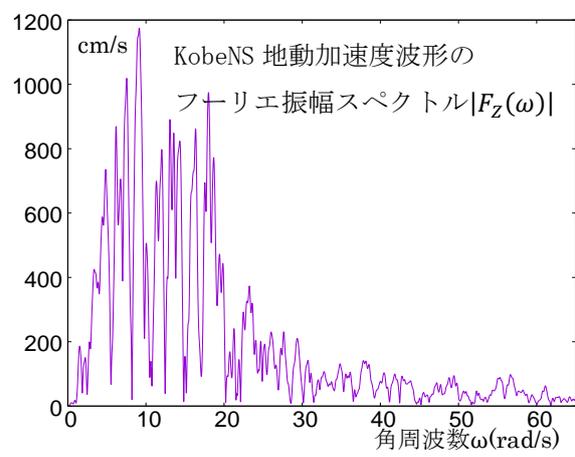


図-5 縦軸:  $|F_z(\omega)|$ -横軸:  $\omega$  (KobeNS)