

## 周波数応答関数を用いた衝突体最適化アルゴリズムおよび 改良衝突体最適化アルゴリズムによる平面トラス橋接合部の損傷同定

広島大学 学生会員 ○中村 紘平  
 広島大学 学生会員 植永 智也  
 広島大学 カジ ナセル  
 広島大学 正会員 半井 健一郎

### 1. 背景・目的

2007年にアメリカ合衆国ミネソタ州で起きた I-35W 高速道路橋崩落事故<sup>(1)</sup>以降, トラス橋接合部に対する合理的な非破壊式損傷評価の適用が求められている. その中でも損傷前後の構造物における振動応答変化に着目した損傷同定手法の研究が注目されている. 植永(2019)<sup>(2)</sup>は損傷同定を行うための最適化手法として, 衝突体最適化(以下, CBO)アルゴリズムと改良衝突体最適化(以下, ECBO)アルゴリズムを用いて, 損傷前後の構造物から得られる固有振動数とモード形状(以下, モーダルデータ)の変化を利用した平面トラス橋接合部の損傷検出を行った. しかし, 構造物の損傷箇所によって損傷同定の精度にばらつきがあることが明らかとなった. そこで, 本研究ではCBOおよびECBOアルゴリズムの入力としてモーダルデータよりも情報量の多い周波数応答関数(以下, FRF)を適用し, 複雑な構造物に対する損傷同定における精度の向上を目指す.

### 2. 損傷検出方法の概要

トラス橋接合部の損傷を模擬するために, 有限要素法において $n$ 番目のトラス部材の線形要素を Fig.1 (a)のように3つに分割し, Fig.1 (b)のように両端の要素の断面積を減少させた場合のトラス要素全体における要素剛性マトリクス $\mathbf{K}_e^{(n)}$ を用いる. Fig.1において,  $i, j$ は部材両端の節点番号,  $m, n$ は分割によって追加された節点番号,  $A$ は部材断面積[m<sup>2</sup>],  $L$ は部材長[m]を表す. 区間 $im, mn, nj$ の部材要素をそれぞれ要素 $o, p, q$ とすると, それぞれの要素の長さは $L_o, L_p, L_q$ , 部材断面積は $A_o, A_p, A_q$ と表せる. 弾性係数を

$E$ とし,  $k_o = \frac{EA_o}{L_o}$ ,  $k_p = \frac{EA}{L_p}$ ,  $k_q = \frac{EA_q}{L_q}$ とおいたとき,

要素剛性マトリクス $\mathbf{K}_e^{(n)}$ を式(1)に示す.

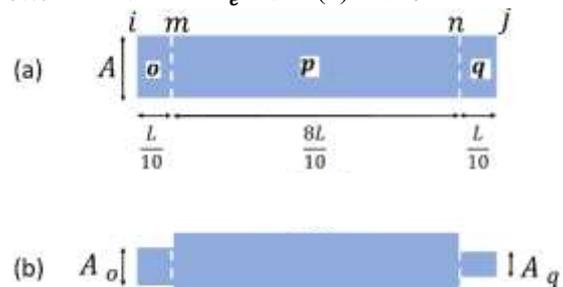


Fig.1 Damage introduction

$$\mathbf{K}_e^{(n)} = (\mathbf{K}_a - \mathbf{K}_{sa}\mathbf{K}_s^{-1}\mathbf{K}_{as}) = \frac{k_o k_p k_q}{k_o k_p + k_p k_q + k_o k_q} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

次に, 対象構造物に対して非減衰強制振動を考える. ここで, 外力として調和力を与えた場合の力と応答の比がFRFである. よって, 式(2)のFRFマトリクス $\mathbf{H}(\omega)$ が得られる.  $\omega$ は角周波数[rad/s]を表す. また $\mathbf{H}(\omega)$ の要素はそれぞれ $\omega$ によって変化する関数である<sup>(3)</sup>.

$$\mathbf{H}(\omega) = \begin{bmatrix} H_{11}(\omega) & \cdots & H_{1n}(\omega) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{n1}(\omega) & \cdots & H_{nn}(\omega) \end{bmatrix} = (\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M})^{-1} \quad (2)$$

損傷した構造物のFRFを $\mathbf{H}_D$ , 解析によって計算されたFRFを $\mathbf{H}_A$ とすると,  $\mathbf{H}_D$ と $\mathbf{H}_A$ の差から式(3)が得られる. 本研究の目的関数 $OFB$ は, Zenzenら(2018)の目的関数を参考にして $\mathbf{H}_D$ と $\mathbf{H}_A$ の差が最小になるように式(4)で定義した<sup>(4)</sup>.

$$\mathbf{H}_D(\omega)\Delta\mathbf{K} = \mathbf{H}_D(\omega)\mathbf{H}_A(\omega)^{-1} - \mathbf{I} = \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \cdots & \gamma_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \gamma_{n1} & \cdots & \gamma_{nn} \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$OBF = \sum_{i=1}^k \sum_{j=i}^n \gamma(j, i) \quad (4)$$

ここで、式(4)において $n$ は自由度の数であり、 $\gamma$ は式(3)における行列の要素を表す。FRF マトリクスは対称行列なので、下三角行列の $k$ 列目までの要素を選択することで、FRF の情報量を調節することとする。

次に CBO アルゴリズムにおける計算の概要を説明する<sup>(5)</sup>。まず、接合部の損傷割合を表す設計変数をもとに、仮想空間において偶数個の衝突体群に対してそれぞれ無作為に質量が与えられる。ここで、各々の衝突体群の質量 $m$ は式(5)<sup>(2)</sup>で定義する。

$$m = \frac{1}{OBF} \quad (5)$$

偶数個の衝突体群のうち、質量 $m$ が小さい方から順に並べた時に最初の半数を静止体、残りの半数を動体に分ける。次に、運動量保存則およびエネルギー保存則に基づいて衝突することで、それぞれの物体の位置と速度が更新される。この一連の流れを最大衝突回数に達するまで繰り返すことで最適解への収束を図る。損傷割合が実際の損傷に近い値の時、目的関数値は小さい、つまり衝突体の質量は大きいため衝突による位置の変更は小さい。

衝突では、式(6)の反発係数 $\varepsilon$ に依存する損失エネルギーを考慮することで収束が促される。

$$\varepsilon = 1 - \frac{iter}{iter_{max}} \quad (6)$$

ここで、 $iter$ は衝突回数、 $iter_{max}$ は最大衝突回数である。CBO アルゴリズムではすべての設計変数が各衝突回数で更新されるのに対し、ECBO アルゴリズムでは各衝突回数においてそれまで最も小さい目的関数値とそれに対応する設計変数をもつ衝突体が保存され、次の衝突体群に組み込まれることで、CBO アルゴリズムよりも精度が高くなる。

### 3. 平面トラス橋における解析結果および考察

解析例として、Fig.2 に示す 7 部材トラス橋および Fig.3 に示す 37 部材トラス橋に対して、1 つあるいは複数の接合部が損傷した場合について検証を行った。衝突体の初期位置の違いによる解析結果への影響を評価するため、CBO および ECBO アルゴリズムにおけるそれぞれの解析を 20 回行った平均値による結果

を評価する。また、最大反復回数について 7 部材トラス橋は 100 回、37 部材トラス橋は 300 回とした。

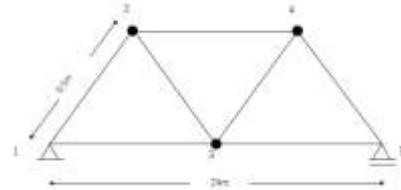


Fig.2 7-bar truss bridge

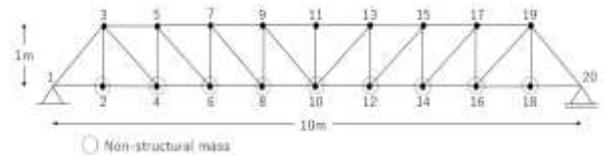


Fig.3 37-bar truss bridge

1 つの節点が損傷した場合の 7 部材トラス橋では、1 列目の FRF を用いた結果、節点 2 と 4 における損傷シナリオを除いて、CBO および ECBO アルゴリズムによる平均損傷同定結果と実際の損傷割合の誤差は 1.0%未満だった。節点 2 と 4 で誤差が生じた原因として、入力値に用いた 1 列目の FRF だけでは情報量が少なく、解析の際に部分的な構造における損傷前後の力学的特性の変化が入力情報として与えられなかった可能性がある。節点 2 と 4 における損傷シナリオに対して、2 列目までの FRF を用いることで CBO アルゴリズムと ECBO アルゴリズムの誤差が 1.0%未満になったことから、使用する FRF の情報量によって精度が改善されることが分かる。また、2 列目までの FRF を用いることで、すべての節点が損傷した場合においても Fig.4 に示すように安定して損傷同定できていることから、7 部材トラス橋のような比較的自由度が小さいモデルでは 1 列目までの FRF では情報量が少なく、2 列目までの FRF を用いることで安定した損傷同定ができる可能性がある。

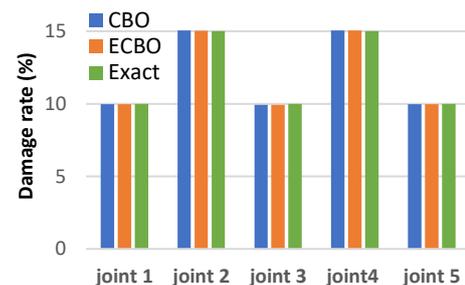


Fig.4 Mean damage detection result (all joints damaged)

37部材トラス橋では1列目のFRFのみを用いた。例として節点1が10%、節点6が30%損傷した場合をFig.5に、節点1が15%、2、節点18と20がそれぞれ10%ずつ損傷した場合をFig.6にそれぞれ示す。Fig.5より、損傷を仮定した接合部における実際の損傷割合とCBO・ECBOアルゴリズムの平均損傷同定結果には誤差がほとんど生じなかったが、損傷を仮定していない節点17でCBOアルゴリズムは約1.0%の誤差を生じたことがわかる。また、植永の研究結果<sup>2)</sup>において、同じ損傷パターンでは誤差が最大で約2.7%生じていたことから、本研究で精度が向上したといえる。次にFig.6では、実際に損傷を仮定した接合部における理論値とCBOアルゴリズムによる平均損傷同定結果の誤差は1.0%未満であったが、損傷を仮定していない多数の節点において最大1.5%の誤差が生じた。一方、ECBOアルゴリズムによる平均損傷同定結果と実際の損傷割合の誤差は1.0%未満だったことから、CBOアルゴリズムよりもECBOアルゴリズムの方が大域的最適解に収束しやすいことが分かる。

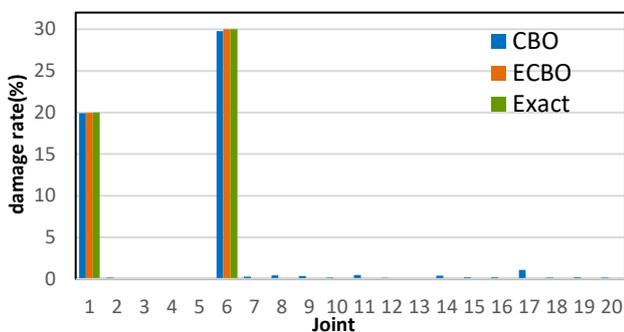


Fig.5 Mean damage detection result (2 joints damaged)

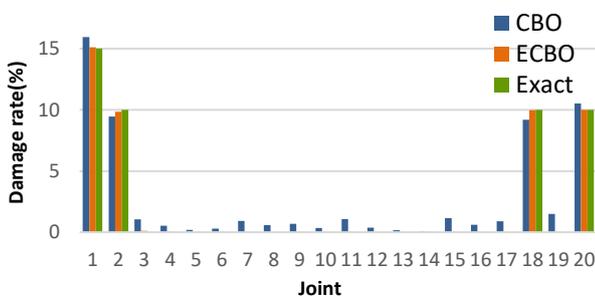


Fig.6 Mean damage detection result (4 joints damaged)

#### 4. 結論

本研究では、構造物の損傷前後におけるFRFの変

化に着目することで、CBOアルゴリズムとECBOアルゴリズムを用いてトラス橋接合部の損傷同定を行った。解析例のうち、7部材トラス橋のような比較的自由度の低い構造物では、使用するFRFの列数を調整することでCBOアルゴリズムとECBOアルゴリズムによって安定した損傷同定が可能になることが分かった。また、37部材トラス橋のような自由度の大きい構造物では、使用する周波数範囲を調整することで精度が向上する可能性があり、CBOアルゴリズムにおいて検討する必要がある。一方、ECBOアルゴリズムによる平均損傷同定結果と実際の損傷割合には誤差がほとんどなく、安定した損傷同定ができたことから、実構造物に近いモデルにおける損傷同定へのECBOアルゴリズムの適用性を検証する必要があると考える。

#### 参考文献

- (1) National Transportation Safety Board, "Collapse of I-35W highway bridge Minneapolis, Minnesota August 1, 2007," Highway Accident Report NTSB/HAR-08/03, 2008.
- (2) 植永智也, "改良衝突体最適化 (ECBO) アルゴリズムを用いた平面トラス橋接合部の損傷同定," 広島大学 卒業論文, 2019.
- (3) H.Y.Hwang, C.Kim, "Damage detection in structures using a few frequency response measurements," Journal of Sound and Vibration 270, pp.1-14, 2004.
- (4) Roumaissa Zenzen, Idir Belaidi, Samir Khatir, Magd Wahab, "A damage identification technique for beam-like and truss structures based on FRF and Bat Algorithm," comptes Rendus Mecanique 346 pp.1253-1266, 2018.
- (5) A. Kaveh, V. R. Mahdavi: Damage identification of truss structures using CBO and ECBO algorithms, Asian Journal of Civil Engineering (BHRC) vol.17, No.1, pp. 75-89 (2016).