

SDA-SWING法における二次元・三次元流れの考慮の必要性

岡山大学 学生会員 ○久保田恭行
 株式会社竹中土木 正会員 森 守正
 パシフィックコンサルタンツ株式会社 正会員 安田 亨
 岡山大学大学院 正会員 西山 哲

1. 目的

トンネル工事に関する地下水問題として、大量湧水による切羽崩壊やトンネル排水処理、周辺環境面への影響などが挙げられる。これらの問題を解決するため、現場では迅速かつ正確な湧水量予測が求められている。そこで、簡素化したモデルを用いて逆解析を可能とし、現場で得られた湧水量を即座に反映することが可能な評価手法として、SWING法が開発された。しかし、一般的に地下水の流れは地質構造の不均一性に依存するので非常に複雑であり、一概に論ずるのは難しい問題とされている。SWING法ではシミュレーションモデルとして一次元浸透流の公式の一種であるBearの式を採用しているが、二次元・三次元の流れを考慮できず、また地盤を透水等方性と仮定しているなどある程度の誤差の存在を許容した手法であった。そこで筆者らは、誤差を考慮した上で最適解を求める方法として逐次型データ同化手法 (SDA: Sequential Data Assimilation) として EnKF (Ensemble Kalman Filter) を取り入れたSDA-SWING法を提案している。本研究では、模擬トンネルを対象に各種数値実験を行い、SDA-SWING法において一次元、二次元、三次元の流れの違いに起因する誤差が、EnKFの処理においてどのような影響を及ぼすのかを検証した。

2. SDA-SWING法

2-1. SDA-SWING法概要

SDA-SWING法は、有限要素法を用いた複雑な3次元解析モデルによる解析方法とは異なり、単位スライスボリュームを対象に簡素な一次元浸透流の公式を用いている。そのため、現場での実測値を容易にフィードバックすることが可能である。施工時において図2.1.1に示すように、実際に計測可能な水収支変動量を基に、短時間に予測と検証を繰り返しながら解析モデルの再構築を行うことにより、予測と評価の精度を向上させる解析法である。

2-2. SWING法の理論

SWING法の詳細については、参考文献^{1),2)}をご参照いただきたい。概略を述べると、対象トンネルを縦断方向に

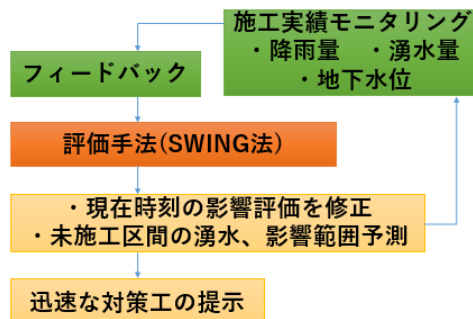


図2.1.1 SDA-SWING法の実施手順

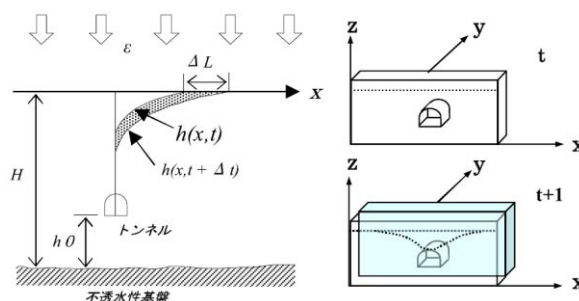


図2.2.1 SWING法概要

10~25m程度に区分し、この単位スライスの湧水量および水位低下範囲をBearの式から求める。そして、単位スライスの湧水量を縦断方向に足し合わせることで、トンネル掘削に伴う坑口湧水量を算出する手法である。各スライスには土質定数が定められており、これを最適化することで掘削方向のトンネル湧水量および周辺影響の将来予測を行う。SWING法の基本式を(2.2.1)、(2.2.2)に示す。

$$R(t) = \left[k \frac{(H_0^2 - h_0^2)}{2\varepsilon} \left(1 - e^{-\frac{6\varepsilon t}{\lambda_e(H_0 - h_0)}} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2.2.1)$$

$$q(t) = k \frac{(H_0^2 - h_0^2)}{2R} \quad (2.2.2)$$

k: 透水係数, h: 地下水位, ε : 降雨浸透量

λ_e : 間隙率, H_0 : 初期地下水位

h_0 : 不透水性基盤からトンネル基盤までの距離

q: 単位スライスボリュームのトンネル湧水量

R: 単位スライスボリューム内で発生する地下水位低下区間

キーワード トンネル掘削, 湧水量, SDA-SWING法, 地下水情報化施工, EnKF

連絡先 〒700-8530 岡山県岡山市北区津島中 3-1-1 岡山大学環境理工学部 TEL 086-251-8801

2-3. データ同化手法を組み込んだSDA-SWING法

SWING法においては、坑口湧水量や周辺井戸水位などの観測値を基に土質定数の最適化を実施する必要がある。しかし、支配方程式として一次元浸透流の公式を用いているため、二次元、三次元流れを考慮した手法と比較すると計算手法の違いや地質構造の不均一性に起因する誤差（以下「表現誤差」と称する）を持つ。その他にも、観測値を得る際に含まれている誤差や土質定数自体のばらつきなどに起因する誤差が内包している。このように支配方程式の中に各種誤差が存在する中で観測値を基に最適解を導出するため、SDA-SWING法ではデータ同化手法の一種であるアンサンブルカルマンフィルター（Ensemble Kalman Filter, EnKF）を採用している。EnKFの実装方法を以下に示す。

データ同化では、システムモデルと観測モデルを連立させた式(2.4.1), (2.4.2)に示すモデルを考える。このような連立モデルを状態空間モデルという。

・システムモデル

$$x_t = f_t(x_{t-1}) + v_t, \quad v_t \sim N(0, Q) \quad (2.4.1)$$

v_t : システムノイズ, f : 状態モデルの時間更新

・観測モデル

$$y_t = h_t(x_t) + w_t, \quad w_t \sim N(0, R) \quad (2.4.2)$$

w_t : 観測ノイズ, h_t : 観測演算子（状態方程式）

SWING法により未知の状態空間モデルに対して観測値を用いて最適化を行う場合、状態変数ベクトル x_t と観測変数ベクトル y_t それぞれにノイズ (v_t, w_t) が含まれるという仮定の下で観測値を再現できる状態モデルの組み合わせを探すことになる。よって、状態モデルの時間更新 f は存在せず、システムノイズ v_t (のうち状態変数誤差: 値の不確かさ) のみ含まれるものと仮定すると、システムモデルは式(2.4.3)に示すようになる。

$$x_t = x_{t-1} + v_t \quad (2.4.3)$$

SWING法における状態変数ベクトルは土質定数であり透水係数 k , 間隙率 λ , 降雨浸透量 ε の三つである。また、観測変数ベクトルは坑口湧水量 Q である。ただし、状態変数ベクトルのうち特に解析結果に大きな影響を与える透水係数 k にのみシステムノイズ v_t を与えるものとする。ここで Q は各スライスあたりの湧水量 $q(t)$ の合計値 Σq_t であることに注意したい。また、EnKFでは状態変数の確率分布がガウス分布に近いほど精度面で有利になる。透水係数においては、その対数値がガウス分布に従うことが一般的に知られており、従って透水係数の対数値に対してシステムノイズを与えるものとする。以上の事象を考慮すると、SDA-SWING法における状態空間モデルは、式(2.4.4), (2.4.5)の通りになる。

$$x_t = \begin{Bmatrix} K_t \\ \lambda_{et} \\ \varepsilon_t \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} v_t^{K_t} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \text{※} K_t = \ln(k_t) \quad (2.4.4)$$

$$y_t = h_t(x_t) + w_t = \sum q_t(x_t) + w_t \quad (2.4.5)$$

上記状態空間モデルに対し、観測値が与えられた段階で状態空間モデルを更新し、その上で最尤法によりパラメータの推定を行う。

3. 解析手法

本研究では一次元、二次元、三次元の流れの違いに起因する誤差が、EnKFの処理による透水係数の同定においてどのような影響を及ぼすのかを検証するため、以下の3解析手法による比較を考える。

- (a) SWING法 : 一次元流れ
- (b) 2次元浸透流解析 : 二次元流れ
- (c) 3次元浸透流解析 : 三次元流れ

SWING法の基本式であるBearの式は、Dupuitの準一様流の式に降雨浸透量を関連付けた、トンネル掘削に伴う影響圏の算定式である。従って、水平方向の一次元流れを基本としている。一方、(b)や(c)の手法は二次元あるいは三次元流れを考慮した手法であり、(a)～(c)それぞれの計算結果には表現誤差が内包されている。今、最も実現象を再現できると予想される(c)の手法において透水係数 k_t (状態変数) を一定値に定めて坑口湧水量を算出し、(a), (b)の観測ベクトルとして与えた場合の各透水係数の逆計算問題に対してEnKFによるデータ同化を適用すると、観測ノイズ w_t のうち測定誤差は0となり、表現誤差のみ与えられる。また、解析値同士の比較なので、透水係数の不確かさであるシステムノイズ v_t は存在しない。このとき、状態空間モデルは式(3.1), (3.2)となる。

$$x_t = K_t \quad \text{※} K_t = \ln(k_t) \quad (3.1)$$

$$y_t = \sum q_t(x_t) + w_t \quad (3.2)$$

従って、逆計算された透水係数 k_t を観測演算子ごとに比較すると、それぞれの値は表現誤差分だけ差異が生じることになり、これを比較することにより各解析手法の違いによる影響を直接比較することが出来る。

3-1. 2次元流れの考慮

鉛直方向を加えた二次元流れを考慮するには、2次元浸透流解析を実施する必要がある。ただし、文献³⁾において、Bearの式を二次元流れを考慮できるように拡張した式（以下「西垣式」と称する）が提案されており、本実験においては、この式を2次元FEM解析と同等として

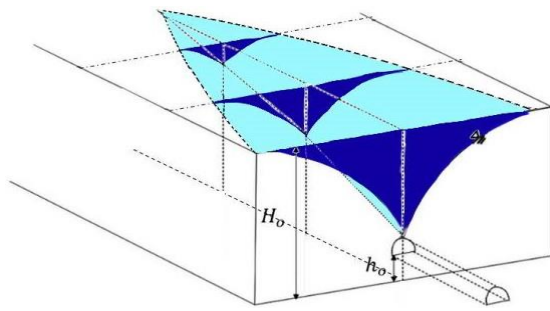


図3.1.1 奥行方向の地下水位低下

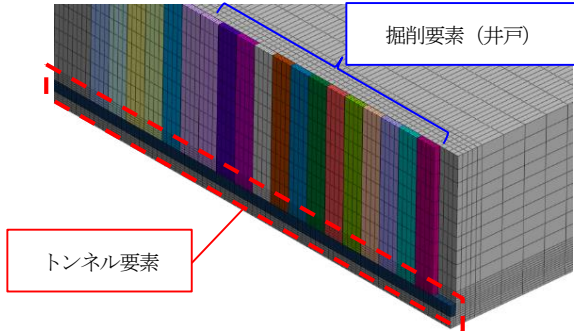


図3.2.2 3次元FEM解析モデル（1スライス掘削時）

検証を行った。ここに、地下水位低下区間長 $R(t)$ は式(3.1.1)、スライスボリュームの単位時間・長さあたりの湧水量 $q(t)$ は式(3.1.2)で示される。

$$R(t) = 1.22 \left[\left(\frac{k}{\varepsilon} \right)^{\frac{1}{2}} - 1 \right] H_o \left[1 - \left(\frac{h_o}{H_o} \right)^2 \right] \quad (3.1.1)$$

$$q(t) = \frac{0.72 H_o^{-1} k (H_o^2 - h_o^2) \left(\frac{k}{\varepsilon} \right)^{-0.35}}{\left[1 - e^{-\frac{6\epsilon t}{\lambda_e (H_o - h_o)}} \right]^{\frac{1}{2}}} \quad (3.1.2)$$

式(3.1.1)、(3.1.2)を用いて、既存の1次元浸透流の公式と同様の方法でトンネル内の湧水量を求めた。

3-2. 3次元流れの考慮

3-2-1. 未掘削区間の地下水位低下を考慮したSWING法

SWING法ではスライス平面方向の地下水の流れを考慮しているが、3次元流れを考慮するためには、特に切羽前方の未掘削区間における地下水の流れを考慮する必要がある。今、切羽前方の水位低下範囲は平面方向と同等であると仮定すると、切羽前方の各スライスに地下水位低下区間長 $R(t)$ が発生することになり、この範囲の湧水量を q_t に加算する必要がある。SWING法においてこの手法を適用した場合、水平方向と奥行方向の準二次元流れを模擬的に考慮することになり、西垣式に適用すると鉛直、水平、奥行方向の準三次元流れになる。

表4.1 模擬トンネル物性値

項目	物性値
スライス間隔(m)	20
平均透水係数 k (cm/s)	5×10^5
平均有効間隙率 λ_e	0.1
平均降雨浸透量 ε	5×10^8
平均地下水頭(m)	150
不透水性基盤からトンネル下部間の距離(m)	10
掘削進捗(m/day)	2

3-2-2. 3次元浸透流解析

3-2-1に示す方法は、一次元・二次元流れの公式を基に二次元・三次元に拡張するものである反面、切羽前方区間において先行して発生する水位低下の影響や切羽後方（既施工区間）における地下水の回り込みによる影響等を考慮することが出来ず、完全な三次元流れを考慮している訳ではない。従って、別途3次元FEM解析を実施し、検証を行う。図3.2.2に解析モデルを示す。Bearの式の仮定に準拠して、トンネル直上にスライス単位で地上から井戸を掘削した場合の井戸流量をトンネル掘削時の湧水量とした。

4. 解析条件

2,3において示した解析手法を用いて、掘削進捗に伴いトンネルの坑口湧水量を求める数値実験を行った。本実験の目的は、トンネル工事における一次元、二次元、三次元の流れの違いに起因する誤差が、EnKFの処理においてどのような影響を及ぼすかの検証である。従って、最初に表4.1に示す物性値を用いて坑口湧水量の比較を行ったうえで、三次元浸透流解析において予測される湧水量を基準として他の各手法の透水係数を逆算し、表現誤差の比較を行った。なお、2-3に示す仮定に従い、有効間隙率 λ_e 、降雨浸透量 ε は一定とした。

5. 解析結果

2,3において示した各解析手法で求めた掘削開始日から100日目までの経過時間と湧水量の関係を図5.1に、スライス1,2,5掘削における最大湧水量を Q_1, Q_2, Q_5 、Case5の Q_1, Q_2, Q_5 を基準とした逆算透水係数 k_1, k_2, k_5 およびその常用対数値を表5.1に示す。スライス1については全てのケースにおいて流れの次元が増えるに従って流量が増加する傾向を示しているが、スライス2,5についてはCase5の湧水量がCase1に近い結果となった。この原因を検証するため、Case5におけるトンネル周辺の地下水位低下範囲を図5.2に、スライス1,2に着目した未掘削区間

表5.1 解析結果一覧

解析step				スライス1			スライス2			スライス5		
Case	前方水位低下	構成式	解析次元	Q_1 (m ³ /d)	k_1 (cm/s)	$\ln(k_1)$	Q_2 (m ³ /d)	k_2 (cm/s)	$\ln(k_2)$	Q_5 (m ³ /d)	k_5 (cm/s)	$\ln(k_5)$
Case1	未考慮	SWING法	1次元	672.3	13.6×10^{-5}	-3.87	876.0	5.1×10^{-5}	-4.29	1253.4	3.6×10^{-5}	-4.44
Case2	考慮	SWING法	準2次元	911.4	7.1×10^{-5}	-4.15	1151.4	3.0×10^{-5}	-4.52	1583.9	2.4×10^{-5}	-4.62
Case3	未考慮	西垣式	2次元	964.8	6.4×10^{-5}	-4.19	1257.1	2.9×10^{-5}	-4.54	1798.8	2.2×10^{-5}	-4.66
Case4	考慮	西垣式	準3次元	1294.8	3.8×10^{-5}	-4.42	1617.4	2.2×10^{-5}	-4.66	2201.2	1.8×10^{-5}	-4.74
Case5	考慮	三次元浸透流解析	3次元	1136.5	5.0×10^{-5}	-4.30	883.4	5.0×10^{-5}	-4.30	1059.8	5.0×10^{-5}	-4.30

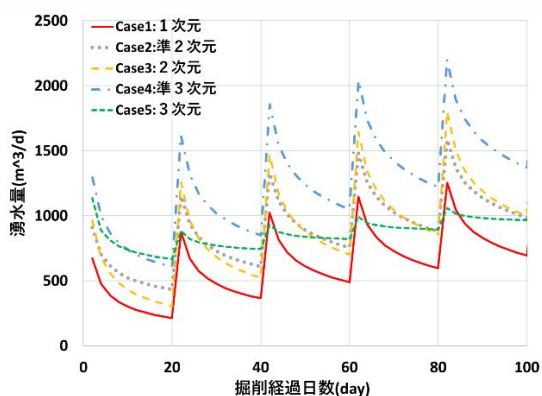


図5.1 各手法におけるトンネル全体の湧水量

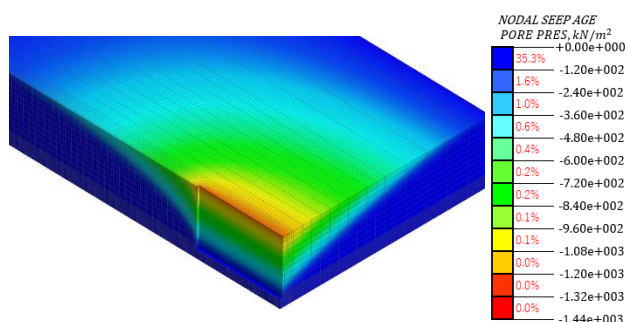


図5.2 Case5地下水位低下範囲 (slice10)

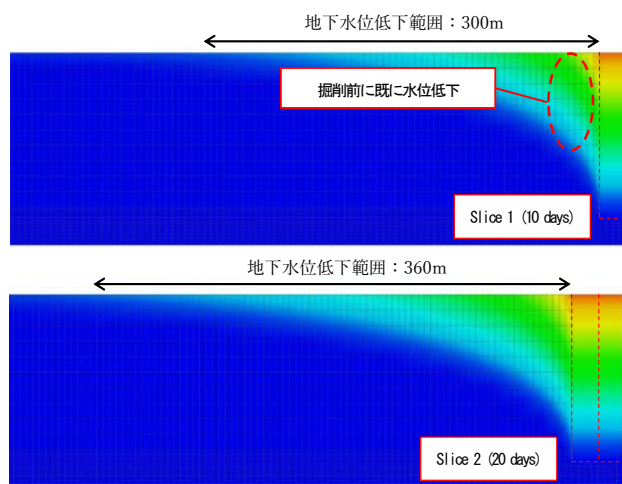


図5.3 Case5未掘削区間地下水位低下範囲

の地下水位低下範囲を図5.3に示す。これより、スライス1掘削直前においては未掘削区間の水位低下が生じていないのに対して、スライス2以降の掘削では事前のスライス施工に伴い対象スライスに水位低下が発生しており、その影響で地下水位低下範囲が大きくなり、その分掘削

後の湧水量が小さくなっているものと考えられる。3-2-1の手法においてはこの影響を考慮しておらず、その結果解析次元が上がることによる流量増加との相互作用により、スライス2以降ではCase1とCase5の坑口湧水量が近い値となったと考えられる。

また逆算透水系数の対数値をCase1-Case5の各手法について比較した結果、スライス1において関する表現誤差は0.6、スライス2以降は0.4程度となった。一般的に、透水系数において一桁以下の差は非常に小さいものあり、またEnKFの処理を行うことを考えると、各解析手法の違いに起因した表現誤差は掘削進捗に伴いすぐに収束する程度のものであると言える。

6. まとめ

SDA-SWING法に内包される表現誤差は、二次元・三次元の流れを考慮した各解析手法と比較して十分に小さく、観測値を基にEnKFの処理を行う場合、掘削初期に収束する程度であると言える。本研究において用いた仮想トンネルは1種類であったが、土被りを変えても同様の見解が得られるのかを検証する必要がある。また、仮想トンネルを用いた数値実験を行ったが、実トンネルにおける検証が非常に重要である。今後、運用実績を積み重ね、システムの改良を重ねることで解析精度の向上に努めていく次第である。

参考文献

- 1) 小木曾淳弥：逐次型データ同化を用いた地下水情報化施工簡易システム (SWING) の開発, 土木学会論文集F1 (トンネル工学) 特集号, Vol. 66, No. 1/pp9-15, 2012
- 2) 岸中伸浩：SWING法の高度化およびその実トンネル掘削に伴う地下水問題への適用に関する研究, 理論応用力学講演会講演論文集, 62nd, 0514-14, 2013
- 3) 西垣誠, 小松満, 入江彰, 矢野耕一郎, 太田拓郎：山岳トンネル掘削時の地下水変動の簡易的予測と適用性, 土木学会論文集, No. 778/III-69, pp.125-137, 2004
- 4) 淡路敏之, 蒲池政治, 池田元美, 石川洋一：データ同化 観測・実験とモデルを融合するイノベーション, 京都大学学術出版会, pp63-92
- 5) Koyama T., Kogiso J., Takahashi K., Yasuda T., and Ohnishi Y., : Development of SWING method with sequential data assimilation (SDA-SWING) and its application to road tunnel construction. Tunneling and Underground Space Technology, 28(1), pp. 229-237, 2012.