

シザース構造の固有振動解析

日本工営	正会員	安藤 貴博
広島大学	学生会員	福永 将斗
三井住友建設	正会員	安達光太郎
広島大学大学院	正会員	有尾 一郎

1. はじめに

建設業の人手不足を背景に、橋インフラの更新や復旧法に対する課題が多い。シザース構造は、宇宙・機能構造分野で利用される構造体であり、現場組立を排するスピードと機能性に長けている。この機構を取り入れた橋システムの特長として、大型構造物の展開・運搬が可能であり、架橋スピードや省力合理化といった長所がある。一方で、構造体の長さ(格間数)が増えて長尺になると、フレキシブルな構造となり、共振現象などの動的安定性に対する検討が必要となる。既往の研究ではシザース構造を橋梁構造物に採用した事例がないので、重力下のシザース橋の動的特性は不明な点が多い。ピボットの部材回転を伴う特殊なシザース構造に基づく多自由度系の振動解析を行う必要があった。

(1) 展開構造モデル

本研究ではシザース橋を開発し、その構造モデルの固有振動数を固有値解析によって、動的応答特性を把握する。そのためにはシザース構造とその橋の動的要素モデルを作成し、動的特性を解明する必要があるが、シザース構造の剛性行列を導き、鉛直方向変位に制限した上で、 n 自由度の減衰・非減衰自由振動の振動方程式を構築した。減衰自由振動方程式は減衰項を振動実験の結果から同定を行う。さらに、これらの運動方程式の解を求めるに当たり、シザースの幾何学的周期性に着目し、その解も位相周期の特性を持つことが固有振動解析から得られた。その1格間シザースを基準に n 格間数に対するFBDと境界条件を考慮した固有振動解析の特性を分析し、任意の n 格間シザース構造の多自由度系の固有振動数を(多重)固有値解析を実施しなくても評価できることも試みた。

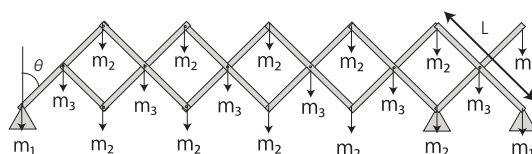


Fig. 1 シザース橋の骨組構造モデル

2. シザース構造の振動解析

時間(t)に依存する n 自由度系のシザース構造の振動系を、

$$M\ddot{\mathbf{x}}(t) + C\dot{\mathbf{x}}(t) + K(\mathbf{x}(t)) = \mathbf{0} \quad (1)$$

と仮定する。ここに、質量行列は $M \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 、減衰行列 $C \in \mathbf{R}^{n \times n}$ 、 K はシザースの剛性行列 $K \in \mathbf{R}^{n \times n}$ である。変位ベクトルは $\mathbf{x}(t) \in \mathbf{R}^n$ 、速度ベクトルは $\dot{\mathbf{x}}(t) \in \mathbf{R}^n$ 、加速度ベクトルは $\ddot{\mathbf{x}}(t) \in \mathbf{R}^n$ である。このモデルの固有振動特性を得るために、解を調和関数

$$\mathbf{X}(t) = \overline{\mathbf{X}} \exp(\omega t) \quad (2)$$

と仮定する。この解を式(1)に代入すると

$$(\omega^2 M + \omega C + K)\overline{\mathbf{X}} = \mathbf{0} \quad (3)$$

と表される。ここで、 $\overline{\mathbf{X}} = \mathbf{0}$ 以外の有意の解を有する特性方程式は

$$\det(\omega^2 M + \omega C + K) = 0 \quad (4)$$

になる。式(4)は、 ω に関する $2n$ 次の代数方程式で、一般に複素固有値を有する。この論文では、方程式(1)が互いに独立となる場合を考え、

$$\mathbf{X}(t) = \phi \mathbf{q}(t) \quad (5)$$

と仮定し、 $\mathbf{X}(t)$ を式(1)に代入し、その両辺に ϕ^T で変換すると

$$\phi^T M \phi \ddot{\mathbf{q}} + \phi^T C \phi \dot{\mathbf{q}} + \phi^T K \phi \mathbf{q} = \mathbf{0} \quad (6)$$

が得られる。したがって、

$$\phi^T M \phi = I, \quad \phi^T K \phi = \omega^2 \quad (7)$$

の関係が成立するから、これらの方程式は

$$\ddot{q} + f \dot{q} + \omega^2 q = 0 \quad (8)$$

$$f = \phi^T C \phi \quad (9)$$

と書くことができる。ここで、 $f = 2\zeta\omega$ の対角行列に変換され、式 (8) は一般化座標 $q_i(t)$ により表された、 n 個の 1 自由度系の運動方程式

$$\ddot{q}_i + 2\zeta_i \omega_i \dot{q}_i + \omega_i^2 q_i = 0 \quad (10)$$

で表される。したがって、非減衰系のモーダル行列 ϕ を用いて、減衰行列 C が対角化できることが、その減衰振動系が互いに連成しないために必要かつ十分な条件であるということができる。

3. シザーズ構造体の動的解析結果

Fig.1 のような実際のシザーズ橋の条件を適用すると、質量行列は

$$m_1 = 100\text{kg}, m_2 = 200\text{kg}, m_3 = 400\text{kg}$$

とし等価質量行列を用いる。減衰行列は減衰項 $c = 0.1$ の対角行列とし、 $(\omega^2 M + \omega C + K)$ を固有値解析して固有振動数を求めると

$$\omega_1 = -0.0001114 + 4.220i$$

$$\omega_2 = -0.0001228 + 8.391i$$

$$\omega_3 = -0.0001413 + 12.21i$$

⋮

となる。ここで、この解の実部は振動の特性、虚部が固有振動数を示しているので、このモデルでは 1 次の固有振動数は 4.220 Hz を得た。

本解析モデルにおける固有値解析、離散化梁モデルにおける固有値解析、橋の実験による FFT 解析、FEM による固有値解析を行った。それらの結果を Table1 に示す。

Table 1 鉛直方向の 1 次固有振動数

本解析モデル	梁モデル	実験値	解析値
4.22Hz	3.79Hz	3.71Hz	4.40Hz

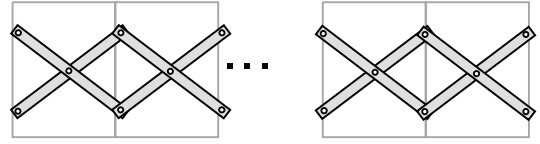


Fig. 2 n 格間シザーズの FBD

4. n 格間シザーズの固有振動特性

シザーズの格間数 n に対する固有振動数 f_i を固有値解析にて求めた。固有値解析を行ったモデルは Fig.2 に示す。また、条件は前項で使用した実際のシザーズ橋の条件を使用している。そして、シザーズ構造の FBD の 1~10 格間シザーズの全ての固有振動数 f_i をプロットし、1 次固有振動数を実線で結んだ。この結果から、基本の 1 格間の 1 次固有振動数 $f'_1(1) = f_{11}$ を得ると、2 格間目の最小固有振動数 $f'_1(2)$ は $f'_{11}/2$ の近似値が得られるので、

$$f'_1(n) = \frac{f'_{11}}{n}, \quad \text{for Free Body Scissors} \quad (11)$$

の関係式を得た。次に、境界条件なしと両端固定支持で 1 次固有振動数を比べる。FBD の 1 格間の固有振動数 f'_{11} の結果から n 格間数における固有振動数の変化を表す近似式を求めると

$$f_1(n) = \frac{f'_{11}}{1+n}, \quad \text{for Simple Supports} \quad (12)$$

となる。式 (12) の近似式が固有値解析による固有振動数を予測できれば、自由度に依存する大規模化する固有値解析等の計算コストを削減することができる。このことは、シザーズ構造の特殊な構造だけでなく、汎用的に利用できるか検証が必要である。これは具体的な n などの与条件を入れた固有値解析を実施しなくても近似値を求めることができ、特定の振動数帯を避けたりする場合の予備設計などの計画段階で検討すること上で利点が多い。

5. 結論

本研究では、以下の成果があった。

- 1) n 格間シザーズ構造の (非) 減衰自由振動の振動方程式を作成し、固有振動解析を行った。
- 2) シザーズ構造の周期構造を利用し、 n 格間に対するシザーズ構造の振動特性を、その位相構造を利用し、固有値解析を用いない方法からもその振動特性を予測する。

参考文献

- 1) Y. Chikahiro and I. Ario *et al.*, Dynamics of the scissors-type Mobile Bridge, *Procedia Engineering*, **199** (2017) 2919-2924.
- 2) I. Ario *et al.*, DEVELOPMENT OF A PROTOTYPE DEPLOYABLE BRIDGE BASED ON ORIGAMI SKILL, *Automation in Construction*, **32**, (2013) 104-111.