

シザース橋の動力学モデルの検討

三井住友建設(株)	正会員	安達光太郎
広島大学大学院	正会員	有尾 一郎
広島大学大学院	学生会員	○ 濱優太

1. はじめに

地震、洪水、地すべり、津波等の自然災害に伴う社会基盤の損傷や分断は、人々にとっては生命線の切断となるため、社会基盤の脆弱性を補う、物理的で迅速な応急・復旧対応システムは重要な課題である。九州北部豪雨被害(2017.7)では、流橋の発生や道路の陥没で生活道路の一部が寸断して、被災地がその対策に追われた記憶は生々しい。しかし、クレーン等を用いて通常施工される仮設構造物や仮設橋を従前の復旧対策がなされるだけであった。そこで、プレアッセンブル方式のシザース機構の採用によって、従来の復旧工事より格段に迅速に架橋・施工を目指し、スマートで安全な架橋の最適化研究開発を目的としている^{1)~4)}。

構造部材にシザース構造体の機構を導入した橋(MB)は柔軟なフレキシブルな構造の為、そのままでは吊橋のように揺動が生じやすい橋であると推測される。シザース構造体は、2本の主部材を部材中央でピン結合させたものの周期繰返し構造を持つモジュール構造体である。(宇宙)展開構造で知られるシザース機構を持つ構造物は、展開が可能であるが、その機構特性からフレキシブルな構造体であるために、共振などの不安定な振動挙動を持つ。本シザース機構を持つ橋は、無重力の宇宙空間とは異なり、重力の影響を受けるので、歩行や車両等による動的荷重や不確定な外乱などの影響を受けるために、本橋の設計において、動的安定性を議論する必要がある。本稿では、シザース構造の振動特性を理解する上で、動的モデルを構築し、その振動方程式を導くとともに、実験より得られた振動特性と多自由度モデルの減衰振動方程式の減衰同定を行い、動的な設計モデル構築の妥当性とシザース橋の振動特

性を明らかにしたい。

2. シザースの動的近似モデル

時間(t)に依存する外力ベクトル $F(t)$ 作用下の n 自由度系のシザース構造の運動方程式は、

$$M\ddot{x}(t) + C\dot{x}(t) + K(x(t)) = F(t) \quad (1)$$

と表される。ここに、質量マトリックスは $M \in R^{n \times n}$ 、減衰マトリックス $C \in R^{n \times n}$ 、 $K(x(t))$ はシザースの幾何学的非線形剛性を含む剛性マトリックス $K \in R^{n \times n}$ である。変位ベクトルは $x(t) \in R^n$ 、速度ベクトルは $\dot{x}(t) \in R^n$ 、加速度ベクトルは $\ddot{x}(t) \in R^n$ である。しかし、シザースの幾何学的非線形剛性を考慮した運動系を考えると、多自由度の非線形振動問題に取り組む必要があり、解の収束性含め可解性を含め困難を伴うことが予想される。ここでは、歩行可能な橋の振動挙動は線形振動問題の範囲内で近似できるものと仮定する。

(1) モード減衰

モード減衰はモード法を用いたときに利用できる減衰で、振動現象を固有モードごとに分解したとき、各固有モードに発生する減衰を個別に定義したものである。減衰の種類は粘性減衰、構造減衰を問わず(各固有モードに固有の減衰なので周波数依存か剛性依存かは関係ない)、モード減衰比、構造減衰係数、Q値を用いてモード減衰を設定することができる。

一般的にはモードごとの減衰比を用いて定義することが多く、本稿での減衰比の定義は、

$$\frac{c}{c_{cr}} = \frac{c}{2\sqrt{mk}} = \zeta \quad (2)$$

である。ここに、 c : 粘性減衰係数、 c_{cr} : 臨界減衰係数、 m : 質量、 k : ばね定数、 ζ : 減衰比を表す。すな

わち、減衰比は、粘性減衰係数と臨界減衰係数の比として定義される。

3. モーダル解析によるシザーズの等価同定の規準化

多自由度系の自由振動の方程式は式 (4) において外力ベクトル $F(t) = \mathbf{0}$ としたものであり、

$$M\ddot{x}(t) + Kx(t) = \mathbf{0} \quad (3)$$

として考える。この連立 2 階線形常微分方程式は、解の形式を

$$x(t) = u \exp(ipt) \quad (4)$$

と仮定すれば求められる。ここに、 $u \in R^n$ は振幅マトリックスと呼ばれる列ベクトルである。ここで

$$\ddot{x}(t) = -p^2 u \exp(ipt) \quad (5)$$

と表されるので、式 (4) と式 (5) を式 (3) に代入すれば

$$(K - p^2 M)u = \mathbf{0} \quad (6)$$

が得られる。ここで $u = \mathbf{0}$ 、つまり振幅マトリックスの全ての要素が $\mathbf{0}$ にはならない解 (非自明解) を有する条件として、次の行列式

$$\det(K - p^2 M) = 0 \quad (7)$$

が成立しなければならない。この行列式は、振動数方程式であり、特異な振動特性となる、固有振動数 p を得ることができる。式 (7) を展開すれば、 p^2 についての高次方程式となり、その特性根は与えられた振動系の固有振動数となる。

規準振動波形ベクトル ϕ_i は、無次元の列ベクトルで、 n 個の点で表されるとすると、その成分は与えられた振動系が振動数 p_i の i 次振動を行う時、系の各点の相対的振幅を表したものである。したがって、規準振動波形ベクトル ϕ_i は固有振動波系 u_i に比例し $\phi_i = c_i u_i$ と書ける。ここに、 c_i は定数である。この共通因子 c_i は $\phi_i^T M \phi_i = \overline{m}$ を満足するように決定する。したがって、与えられた系が第 i 次振動の波形で振動している時の状態は

$$x_i(t) = (a_i \sin(p_i t) + b_i \cos(p_i t)) \phi_i, i = 1, \dots, n \quad (8)$$

の変位ベクトルで表すことが出来る。ここに、 a_i, b_i は初期条件に関係する。このような規準振動波形ベクトルを、次数 n の正方行列の形に集めて独立に正規化された振動モードからなる基底ベクトル列をモーダルマトリックス ($\phi \in R^{n \times n}$) である。すなわち

$$\phi = \{\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n\} \quad (9)$$

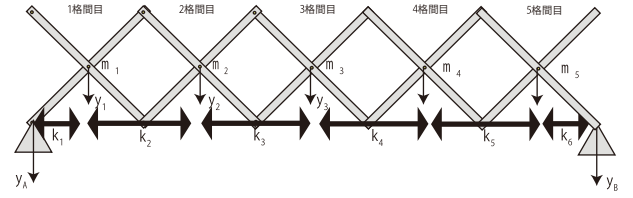


Fig. 1 5 格間シザーズ構造体の動的近似梁モデル

となる。つまり、5 格間シザーズ構造体は Fig.1 の梁近似モデル化し、固有振動モードの基底空間の直交性を利用する。よって、中心に荷重 P が作用している格間単位の等価梁のたわみは

$$y_c = \frac{P\lambda^3}{48EI} \quad (10)$$

となるため、区間梁の力の釣り合いは $f = ky$ より、格間ごとの等価な剛度は

$$k_i = \frac{48EI}{\lambda^3} \quad (11)$$

として与えられる。モデルを同定して解析することが可能である。数値結果については、当日発表する。

4. 結 語

シザーズ構造体から構成されている 5 自由度の離散化振動方程式を作成し、シザーズ構造橋に対する固有振動数を近似値を得た。特に、減衰自由振動方程式は減衰パラメータを振動実験の結果と同定することで振動の項が明らかになった。また、補強部材を MB4 に導入したときのシザーズ部の応力に与える影響を実験的に明らかにし、さらに「MB4 振動実験」を行うことで MB4 の基本振動特性を明らかにした。それら含めたシザーズ構造体の振動特性を把握し、固有振動数は理論近似モデルと実験値がほぼ整合したことが、本研究の成果である。

参考文献

- 1) I. Ario, M. Nakazawa, Y. Tanaka, I. Tanikura, S. Ono, Development of a prototype deployable bridge based on origami skill, Automation in Construction, Vol.32, 104-111, 2013.
- 2) Y. Chikahiro, I. Ario, K. Adachi, S. Shimizu, S. Zenzai, P. Pawlowski, C. Graczykowski, J. Holnicki-Szulc, The 9th European Nonlinear Dynamics Conference (ENOC 2017), Budapest (2017.6).
- 3) K. Adachi, I. Ario, Y. Chikahiro, S. Matsumoto, Scissoring Origami Inspired Deployable Bridge for a Disaster, Footbridge 2017 Berlin (2017.9) Germany.
- 4) Y. Hama, I. Ario, K. Adachi, Y. Chikahiro, Dynamic Analysis of a Scissors Structure, The proc. of The Deutsche Physikalische e.V.(Berlin2018) (2018.3) Germany.