

# 反共振点を用いた微小な固有振動数の変化を検知する手法の開発

鳥取大学 学生会員 ○宮内 芳維  
鳥取大学 正会員 谷口 朋代  
鳥取大学 正会員 小野 祐輔  
鳥取大学 正会員 向坊 恭介

## 1. 研究背景と目的

長さ 3m, 断面形状 1m×1m のせん断梁を対象に, 同構造物に損傷が無い場合の固有振動数と同構造物の中央部に幅 1mm, 深さ 500mm のひび割れ状の損傷を有する場合の固有振動数の数学解を求めたところ, 0.0006Hz 程度の差でしかなかった<sup>1)</sup>. そこで本研究では, ひび割れなどの損傷が構造物の固有振動数の変化に及ぼす影響は非常に小さく, 固有振動数の変化に基づいて構造物の損傷探査を行う際には, 0.0001Hz の振動数の変化を検出出来る手法が必要になると考え, 2 自由度バネ-質点系(以下, 2DOF)が示す動特性の利用の可否について検討した.

## 2. 正弦波状地動加速度の振動数の差異の検出

図-1 と図-2 はそれぞれ正弦波状地動加速度を受ける非減衰 2DOF の第 1 階と第 2 階の共振曲線である<sup>2)</sup>.  $\omega$  は入力正弦波の駆動円振動数,  $p$  は第 1 階と第 2 階それぞれの固有円振動数であり,  $p = \sqrt{k_1/m_1} = \sqrt{k_2/m_2}$ を示す. 添字は各階を示す.  $\omega/p$  が $\sqrt{2}$ の時, 1 階の応答は 0 になり, また  $\omega/p$  が $\sqrt{3}$ の時, 2

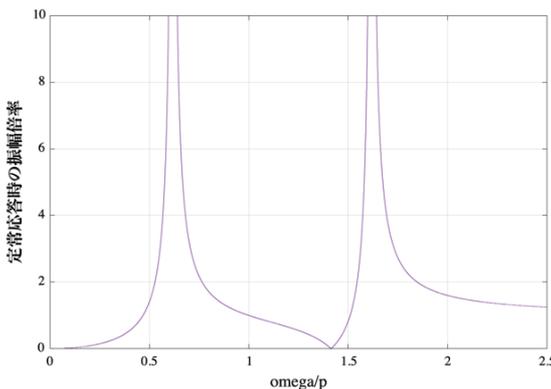


図-1 1 階の共振曲線

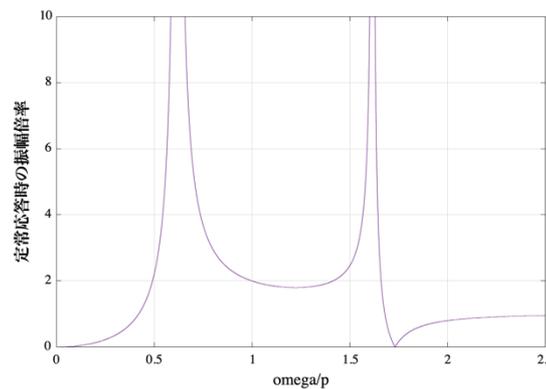


図-2 2 階の共振曲線

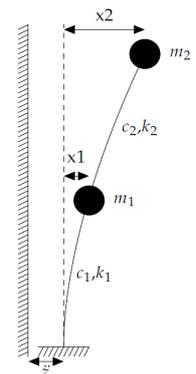


図-3 2DOF モデル

階の応答は 0 になることが分かる. そこで, 第 1 階と第 2 階の応答比や各階の応答に着目すれば, 小さな応答の変化を拡大して捉える事が出来ると考え, 検討を行なった.

2DOF の 1 階と 2 階の質量を  $m_1 = m_2 = 1.0$  に, 1 階と 2 階のバネ定数を  $k_1 = k_2 = 2.0$  に設定した. 図-3 と図-4 は入力正弦波の駆動振動数を, 2Hz を中心に 1.9995Hz~2.0005Hz の範囲で 0.0001Hz ずつ変えて 2DOF に入力した場合の第 1 階と第 2 階の応答比, 1 階の応答の最大値である. ここで, 駆動振動数 2Hz の正弦波加速度を入力した際の 1 階の応答は, 図-1 で例示した様に 0 であり, 応答比が発散する為, 図-3 と図-4 には掲載しておらず, 駆動振動数が 1.9999Hz と 2.0001Hz の正弦波状地動加速度が入力された時の応答結果を基準に正規化したものをプロットしてある. 図-3 と図-4 に示す様に, 基準となる 1.9999Hz から 0.0001Hz ずつ入力正弦波の駆動振動数が小さくなった, あるいは基準となる 2.0001Hz から 0.0001Hz ずつ入力正弦波の駆動振動数が大きくなった場合, 応答比は基準となる振動数の時の応答比の 2 倍, 3 倍, 4 倍, 5 倍となり, 小さな駆動振動数の変化を応答比の有意な差を以って, 識別出来ているのが分かる.

キーワード 固有振動数, 維持管理, 反共振点

連絡先 〒680-0941 鳥取大学 大学院 持続性社会創生科学研究科 工学専攻 土木工学コース 構造工学研究室

T E L 0857-31-5288

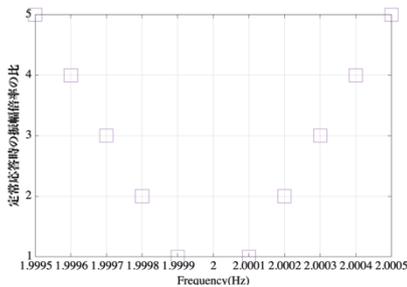


図-3 応答倍率に着目した結果

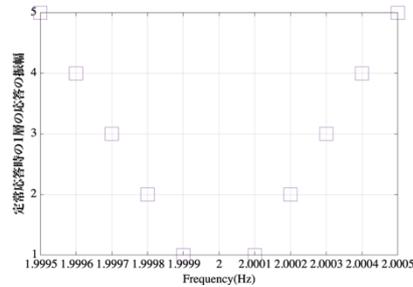


図-4 1階の応答の最大値に着目した結果

### 3. 不規則な波を構成する主たる振動数の差異の検出

次に、白色雑音状の地動加速度を受ける1自由度-バネ質点系(以下、SDOF)の応答加速度を用いて、不規則波を構成する主たる振動数の差異の検出能力について検証した。ここでは、当該 SDOF の固有振動数を 0.0001Hz ずつ変えることで、不規則波を構成する主たる振動数が 0.0001Hz ずつ変化する事を表現した。また、2DOF の質量やバネ定数は、正弦波状地動加速度を用いた検討と同じに設定した。当該 SDOF の固有振動数を 2Hz を中心に 1.9999Hz~2.0005Hz の範囲で 0.0001Hz ずつ変えて作成した応答加速度の時刻歴を、地動加速度として 2DOF に入力した。図-1 を参考に、 $\omega/p$  が  $\sqrt{2}$  の場合を中心に考察した。検討には時刻歴応答解析と周波数応答解析の結果を用いた。時刻歴応答解析は Runge-Kutta 法<sup>3)</sup>を用いて行ない、周波数応答解析は、文献(4)を参考に 2DOF の応答計算を行なった。

図-5、図-6、図-7 は、時刻歴応答解析における第1階と第2階の応答比、1階の応答、2階の応答の最大値を入力波を構成する主たる振動数の値毎にプロットしたものである。

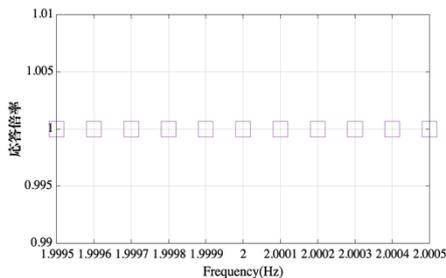


図-5 応答比に着目した結果

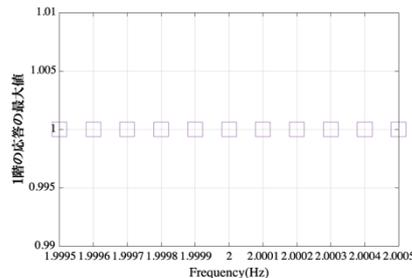


図-6 1階の最大値に着目した結果

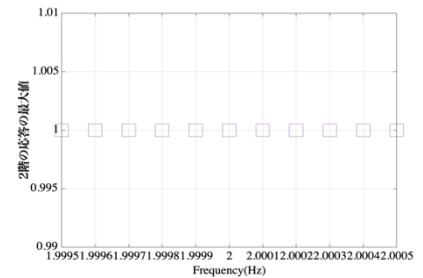


図-7 2階の最大値に着目した結果

図-8、図-9、図-10 は、周波数応答解析における第1階と第2階の応答比、1階の応答、2階の応答の最大値を入力波を構成する主たる振動数の値毎にプロットしたものである。

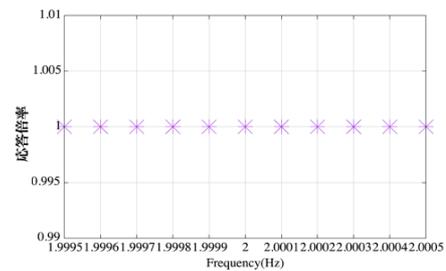


図-8 応答比に着目した結果

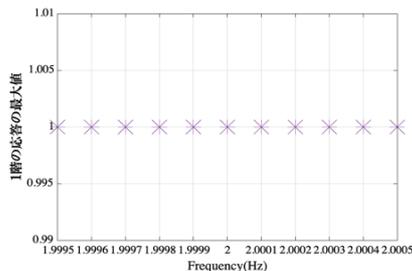


図-9 1階の最大値に着目した結果

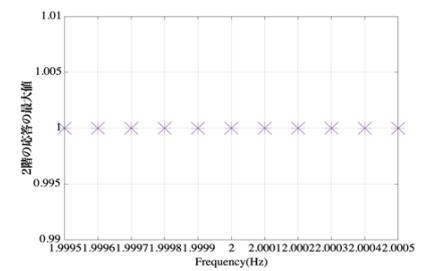


図-10 2階の最大値に着目した結果

図-5~図-10 より、本研究で検討した解析条件の範囲では、1階と2階の応答比や、それぞれの階の応答の最大値に着目しても、入力波を構成する主たる振動数が 0.0001Hz ずつ変化している事を識別する事は出来なかった。

最後に、1階と2階の応答比と1階の最大値(以下、応答比と最大値)に着目して、2DOF が有する不規則な地動加速度を構成する主たる振動数(以下、主たる振動数)の差異を検出する能力について検討した。検討は、主たる振動数が 2Hz の場合の応答比と最大値を基準にして、それらが 2 倍となる主たる振動数を見つけることで行った。図-14 と図-15 は周波数応答解析に基づくそれらの結果である。これらの図より、主たる振動数の差が約 0.15Hz となった時に、応答比や最大値が 2Hz の場合のそれらと比べて 2 倍となっている事が分かる。

図-16 と図-17 は時刻歴応答解析に基づく結果である。これらも周波数応答解析と同様に、主たる振動数の差

が約 0.15Hz となった時に、応答比や最大値が 2Hz の場合のそれらと比べて 2 倍となっている事が分かった。

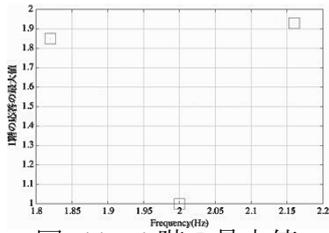


図-11 1階の最大値  
(周波数応答解析)

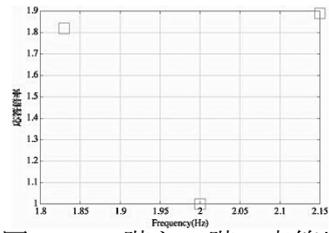


図-15 1階と2階の応答比  
(周波数応答解析)

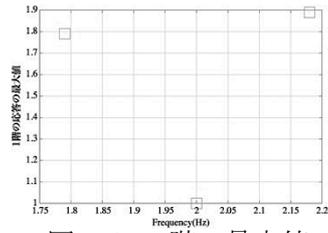


図-16 1階の最大値  
(時刻歴応答解析)

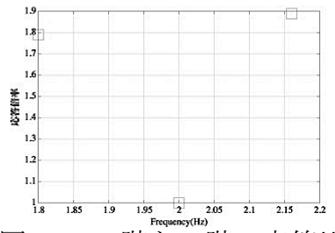


図-17 1階と2階の応答比  
(時刻歴応答解析)

#### 4. 考察

本研究で、非減衰 2DOF の 1 階と 2 階の応答比などに着目して、2DOF に入力される地動加速度の主たる振動数の変化を検出する事を試みたが、前述のように、正弦波状地動加速度であれば振動数が 0.0001Hz 変化する事の識別は出来たが、主たる振動数を有する不規則波では、入力波振動数が 0.0001Hz 変化する事の識別は出来なかった。それらの原因について、入力波と 2DOF 各々の特徴と関連付けて考察する。

先ず、入力波について説明する。駆動振動数 2Hz の正弦波加速度のパワースペクトルを図-18 に、白色雑音状の地動加速度を受ける固有振動数 2Hz, 減衰 3% の SDOF の応答加速度のパワースペクトルを図-19 に示す。

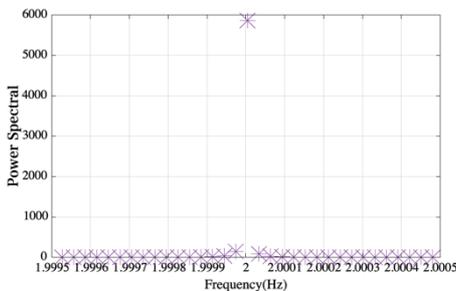


図-18 正弦波のパワースペクトル

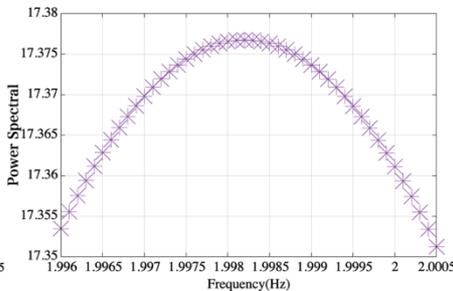


図-19 不規則波のパワースペクトル

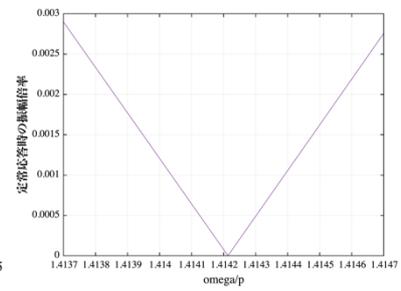


図-20 共振曲線の拡大図

これらの図より、正弦波は 2Hz の所のみパワーを持つのに対して、主たる振動数が 2Hz の場合の地動加速度は、主たる振動数付近で同程度のパワーを持つ波が多数集まっているのが分かる。減衰が大きくなると、同程度のパワーを有する波の振動数の範囲が広がることが容易に考えられる。一方、2DOF の共振曲線である図-1 の反共振点を中心に  $\pm 0.0005\text{Hz}$  の範囲を拡大したものが図-20 である。図-20 より、反共振点を中心に  $\pm 0.0005\text{Hz}$  の範囲に亘る振動数の応答倍率の値は、反共振点を中心に、横軸の振動数が 0.0001Hz 変わる毎に変化があるものの、構造物の応答は、共振曲線と入力波のパワーの積で与えられることから、図-19 の様な波が入力された時、構造物の応答の周波数毎のパワーは同程度となり、応答比の有意な差を以って、0.0001Hz の差異を検出出来なかったと考えた。

#### 5. 結論

2DOF の動特性に基づく方法では不規則波を構成する主たる振動数が 0.0001Hz 変化することを有意に識別出来なかったので、別手法、または違う視点で取り組む必要があると考えている。

#### 参考文献

- 1)奥井大輔, 谷口朋代, 小野祐輔: 断面変化を有するせん断梁の動的特性の導出, 鳥取大学卒業論文, 構造工学研究室, pp.29, 2011.2
- 2)小堀為雄: 応用土木振動学, 森北出版, pp.89-90, 1994.2
- 3)柴田明徳: 最新耐震構造解析, 森北出版, pp.89-90, 1994.2
- 4)Tomoyo Taniguchi, Armen Der Kiureghian, Mikayel Melkumyan : Effect of tuned mass damper on displacement demand of base-isolated structures, Engineering Structures 30 (2008), pp.3479-3480