

単一方向不規則波に対する周波数応答解析法の適用性について

(株)アライズソリューション 正会員 吉田 隆千代

1. はじめに

渡辺ら¹⁾による非定常緩勾配方程式法は、浅海域における規則波の波浪変形を精度よく算定することができる。しかし、不規則波に対しては成分波ごとに定常状態になるまで時刻歴計算を行う必要があることから演算時間が膨大になる。時間がかかる最大の理由は時間領域で解析するからであり、周波数応答解析を行うことが可能であれば大幅な時間短縮が期待できる。そこで、本論文では、単一方向に進行する不規則波の浅水変形問題を対象に、水面変動を入射波成分と反射波成分とに分離することによって周波数応答解析法が適用できることを示した。

2. 基礎方程式の誘導

Berkhoff²⁾による緩勾配方程式はつぎのように与えられる。

$$\nabla \cdot (CC_g \nabla \zeta) + n\omega^2 \zeta = 0 \quad (1)$$

ここに、 ζ は水面変動、 C は位相速度、 C_g は群速度、 n は群速度と位相速度との比、 ω は角周波数である。緩勾配方程式は規則波を対象にしているため(1)は次式のように書き換えられる。

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} - \frac{1}{n} \nabla \cdot (CC_g \nabla \zeta) = 0 \quad (2)$$

ここで、変数変換を行う。

$$\zeta = \frac{\phi}{\sqrt{C_g}} \quad (3)$$

(3)を(2)に代入すると次式が得られる。

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - C^2 \left(\nabla^2 \phi + \frac{\nabla C \cdot \nabla \phi}{C} - \frac{1}{\sqrt{n}} \frac{\nabla \cdot (C \nabla \sqrt{C_g})}{C \sqrt{C_g}} \phi \right) = 0 \quad (4)$$

緩勾配の仮定から第4項は他の項に比べ小さいためこれを無視すると次式になる。

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - C^2 \nabla^2 \phi - C \nabla C \cdot \nabla \phi = 0 \quad (5)$$

x 方向のみに波が伝播する単一方向波浪場では、

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - C^2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} - C \frac{\partial C}{\partial x} \frac{\partial \phi}{\partial x} = 0 \quad (6)$$

(6)は因数分解でき、つぎのように表される。

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + C \frac{\partial}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial}{\partial t} - C \frac{\partial}{\partial x} \right) \phi = 0 \quad (7)$$

(7)は入射波 ϕ^+ と反射波 ϕ^- の方程式に分けられる。

$$\frac{\partial \phi^+}{\partial t} + C \frac{\partial \phi^+}{\partial x} = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial \phi^-}{\partial t} - C \frac{\partial \phi^-}{\partial x} = 0 \quad (9)$$

(8)(9)を解くと、それぞれつぎのようになる。

$$\phi^+ = \phi_0^+ e^{i(\omega t - \chi)} \quad (10)$$

$$\phi^- = \phi_0^- e^{i(\omega t + \chi)} \quad (11)$$

ここに、 χ は位相関数であり C と ω の間につぎの関係がある。

$$\frac{\partial \chi}{\partial x} = \frac{\omega}{C} \quad (12)$$

(3)(10)(11)より、入射波と反射波の水面変動がつぎのように与えられる。

$$\zeta^+ = \frac{\phi_0^+}{\sqrt{C_g}} e^{i(\omega t - \chi)} \quad (13)$$

$$\zeta^- = \frac{\phi_0^-}{\sqrt{C_g}} e^{i(\omega t + \chi)} \quad (14)$$

入射境界を $x=0$ とし、 $x=x_B$ の位置に反射率 K_R の反射境界があり、そこで反射波が発生すると仮定すれば、(14)は次式になる。

$$\zeta^- = \frac{K_R \phi_0^+}{\sqrt{C_g}} e^{i(\omega t + \chi(x) - 2\chi(x_B))} \quad (15)$$

任意位置 x での入射波と反射波の水面変動を入射境界における入射波の水面変動振幅 ζ_0^+ で表すとそれぞれつぎのようになる。

キーワード : 波浪変形 緩勾配方程式 不規則波 入反射波分離 周波数応答解析

連絡先 : 〒730-0833 広島市中区江波本町4番22号 (株)アライズソリューション Tel(082)293-1231 FAX(082)292-0752

$$\zeta^+(x, t) = \zeta_0^+ \sqrt{\frac{C_g(0)}{C_g(x)}} e^{i(\omega t - \chi(x))} \quad (16)$$

$$\zeta^-(x, t) = \zeta_0^+ \sqrt{\frac{C_g(0)}{C_g(x)}} K_R e^{i(\omega t + \chi(x) - 2\chi(x_B))} \quad (17)$$

入射波と反射波を合成すれば次式が得られる。

$$\zeta(x, t) = \zeta_0^+ G(x, \omega) e^{i\omega t} \quad (18)$$

ここに、 $G(x, \omega)$ は周波数応答関数であり、つぎのように表される。

$$G(x, \omega) = \sqrt{\frac{C_g(0)}{C_g(x)}} \left\{ e^{-i\chi(x)} + K_R e^{i(\chi(x) - 2\chi(x_B))} \right\} \quad (19)$$

(18)は、角周波数 ω 振幅 ζ_0^+ の規則入射波に対する重複波の水面変動算定式である。

不規則入射波に対する水面変動の算定は周波数応答解析を用いてつぎのように行う。まず、不規則入射波をフーリエ変換する。

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \eta_0^+(t) e^{-i\omega t} dt \quad (20)$$

ここに、 $\eta_0^+(t)$ は不規則入射波の水面変動の時系列である。つぎに、 $F(\omega)$ に $G(x, \omega)$ を乗じてフーリエ逆変換を行えば x における水面変動の時系列 $\eta_x(t)$ が得られる。

$$\eta_x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} G(x, \omega) F(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (21)$$

これらの演算は、高速フーリエ変換 (FFT) を用いると短時間で終わることができ、時間領域における解析に比べ大幅な演算時間短縮が可能となる。

3. 検証解析

提案法の妥当性を検証するために、岸側境界に反射率 1.0 の反射壁を有する一定勾配地形モデルを設定し、解析を行った。

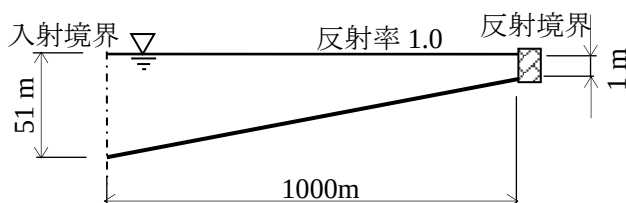


図1 地形モデル

不規則入射波はつぎのように作成した。すなわち、フーリエ振幅は Bretschneider・光易型スペクトルに従い、フーリエ位相は $0 \sim 2\pi$ に等確率密度で分布するようにした。また、入射境界における有義波周期は $T_{1/3} = 10\text{sec}$ とし、有義波高は $H_{1/3}^0 = 1.0\text{m}$ とした。周波数応答解析で得られる水面変動の時系列から有義波高 $H_{1/3}$ への変換は次式により行った。

$$H_{1/3} = 4.0\eta_{rms} \quad (22)$$

ここに、 η_{rms} は水面変動の標準偏差である。

解析結果を図2に示す。グラフは、入射波、反射波、およびそれらを合成した重複波の有義波高を表している。

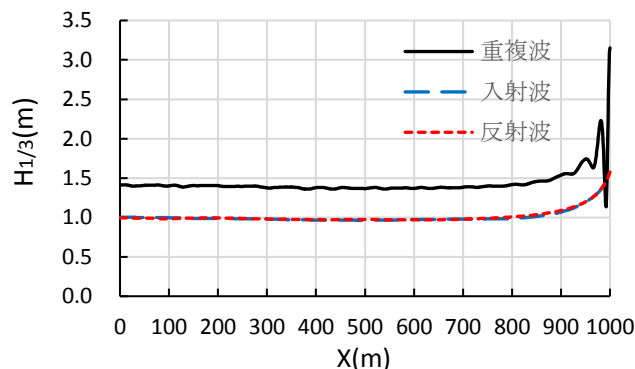


図2 有義波高分布

解析結果からつぎのことがわかる。①完全反射であることから反射波の有義波高は入射波の有義波高と同じ値になる。②反射壁における入射波の有義波高は 1.58m であり代表波の浅水変形の理論値に概ね一致する。③反射壁の前面に重複波の腹と節に対応する局所的変動がみられるが、反射壁から十分離れたら入射波と反射波の二乗和の平方根に落ち着く。

4. まとめ

単一方向に進行する不規則波の浅水変形問題を対象に、入射波を分離することにより周波数応答解析法の適用が可能になることを示した。検証解析を行い提案法の妥当性を確認した。

参考文献

- 1) 渡辺晃・丸山康樹：屈折・回折・碎波減衰を含む波浪場の数値解析法，第31回海岸工学講演会論文集，pp.103-107，1984
- 2) Berkhoff, J.C.W. : Computation of combined refraction-diffraction, Proc. 13th Conf. on Coastal Eng., pp.471-490, 1972