

都市下水道管渠網の雨水流出モデル・SLOT Model の流れの基礎式

(株)荒谷建設コンサルタント 正会員 ○堀江 展弘
 (株)荒谷建設コンサルタント 正会員 白石 央
 (株)荒谷建設コンサルタント 丸本 章弘
 愛媛大学名誉教授 フェロー 渡辺 政広

1. はじめに

都市下水道流域の浸水氾濫を伴う雨水流出解析モデルとして、MOUSE、InfoWorks、SWMM などの海外モデルが多用されている。また、これら海外モデルにおいて、下水道管渠網内の雨水流出が非定常圧力流れ(満管流れ)へと遷移するときの流出計算モデルとして、SLOT Model (スロット・モデル) が採用されている。著者らは、これらスロット・モデルの流れの基礎式の導出にあたり、下水道管渠網内に多数存在する取付管が考慮されていないことは、そうした流れの基礎式は実際下水道管渠網内の雨水流出現象を正確には記述できていない可能性があると考えている。本報告では、取付管を考慮した流れの基礎式を導出し、その基礎式の妥当性について考察・検討した結果を述べる。

2. SLOT Model の流れの基礎式

2.1 水の圧縮性

水の圧縮性については、図-1 より、次の2式が書き表される。

$$K = \frac{dp}{d\rho} \quad (1), \quad \frac{dp}{dz} = \rho(z)g \quad (2).$$

ここに、 p : 水圧、 p_0 : 大気圧 (=0)、 ρ : 水の密度、 ρ_0 : 大気圧下での水の密度、 K : 水の体積弾性係数、 z : 水深(図-1)、 y : 圧力水頭、 D_0 : 元々の管渠径、 g : 重力加速度。

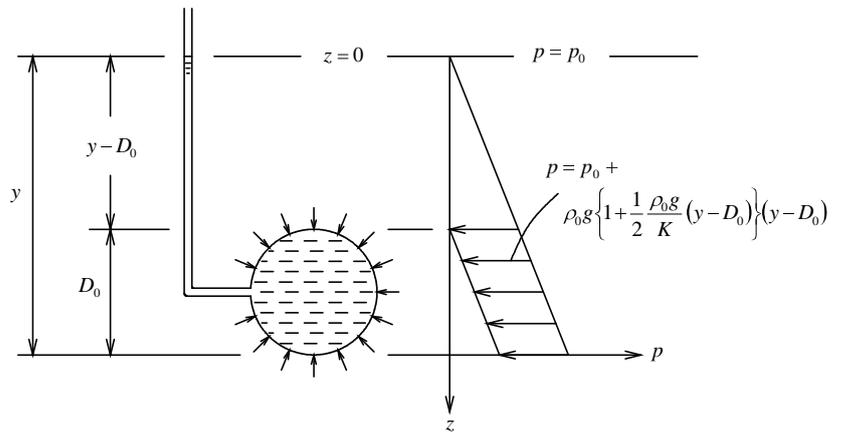


図-1 下水道管渠における流水の圧縮性

(1)式を(2)式に代入し、 $z=0$ 、 $\rho = \rho_0$ から、密度変化に寄与する水深 $z = y - D_0$ まで積分すると、次式を得る。

$$\rho = \rho_0 \left(1 + \frac{\rho_0 g}{K} (y - D_0)\right) = \rho_0 + B_0 (y - D_0); \quad B_0 = \rho_0 \frac{\rho_0 g}{K} \quad (3)$$

ここに、 B_0 : 水の圧縮性に起因するスロット幅(本文では、スロットについては議論していない)。

2.2 下水道管渠壁(流水断面積)の弾性変形

圧力水頭が $\rho_0 g (y - D_0)$ だけ増大する時の流水断面積 A の増大については、よく知られているように、次の2式が書き表される。

$$2\delta\Delta\sigma = \rho_0 g (y - D_0) D_0 \quad (4), \quad \Delta\sigma = \frac{\Delta D}{D_0} E \quad (5).$$

キーワード 取付管の流水貯留、水の圧縮性、管壁の弾性変形、圧力波伝播速度、スロット・モデル、流れの基礎式

連絡先 〒730-0831 広島市中区江波西1丁目25番5号 (株)荒谷建設コンサルタント 水工部 堀江展弘,
 Tel. : 082-234-5663, Fax : 082-234-4961, E-mail : nobuhiro.horie@aratani.co.jp

ここに、 δ : 管壁厚さ、 $\Delta\sigma$: 圧力水頭の増大に伴う管壁材引張り応力の増分、 ΔD : 圧力水頭の増大に伴う管渠径の増分、 E : 管壁材のヤング係数。

両式より、次の流水断面積 A の式を得る。

$$A = A_0 + A_0 \cdot \frac{D_0}{E\delta} \rho_0 g (y - D_0) = A_0 + B_r (y - D_0) ; \quad B_r = A_0 \frac{D_0}{E\delta} \rho_0 g, \quad A_0 = \frac{\pi}{4} D_0^2 \quad (6)$$

ここに、 A_0 : D_0 に対応する流水断面積、 B_r : 管壁の弾性変形に起因するスロット幅 (同上)。

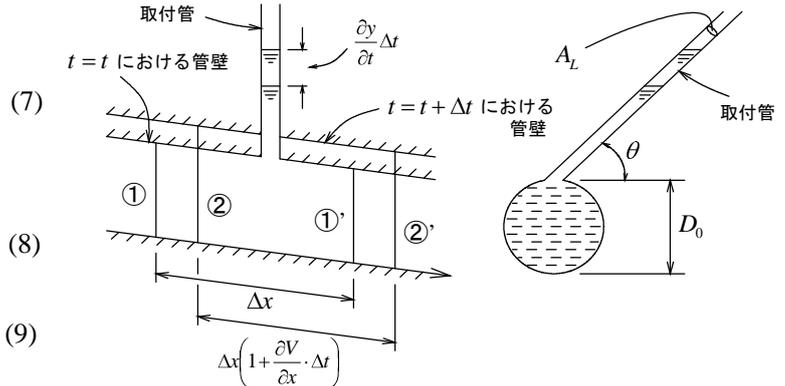
2.3 流れの基礎式

図-2 に示すように、 $t=t$ に①-②断面間にあった微小流体部分が、 $t=t+\Delta t$ には①'-②'断面間の微小流体部分へと移動すると考える。この微小流体部分の流れに、質量保存則と運動量保存則を適用すると、それぞれ、次の運動方程式(7)と連続の式(8)を得る。

$$\frac{1}{g} \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{V}{g} \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial x} - S_0 + \frac{n^2 V^2}{R^{4/3}} - \frac{1}{g} \frac{A_L}{A} V \frac{\partial y}{\partial t} \cdot \frac{N}{\sin \theta} = 0 \quad (7)$$

$$\frac{\partial(\rho A)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho AV)}{\partial x} + \rho A_L \frac{N}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial y}{\partial t} = 0 \quad (8)$$

$$; \quad S = \pi D_0 + 2(y - D_0) \cdot \frac{B_r}{D_0} \quad (9)$$



ここに、 V : 流速、 R : 径深、 S : 潤辺、 A_L : 取付管の断面積、 N : 取付管の 1 m 当たりの接続本数、 θ : 取付管の水平面となす接続角度、 x : 距離、 t : 時間。

さて、(7)式に、(3)式および(6)式より得られる次式(10)を代入すると、連続の式(11)を得る。

断面	x 座標	t 座標	密度 ρ
①	x	t	ρ
①'	$x + \Delta x$	t	$\rho + (\partial\rho/\partial x)\Delta x$
②	$x + V\Delta t$	$t + \Delta t$	$\rho + V(\partial\rho/\partial x)\Delta t + (\partial\rho/\partial t)\Delta t$
②'	$x + \Delta x + V\Delta t$ $+ (\partial V/\partial x)\Delta x\Delta t$	$t + \Delta t$	$\rho + V(\partial\rho/\partial x)\Delta t + (\partial\rho/\partial x)\Delta x + (\partial\rho/\partial t)\Delta t$

図-2 微小流体部分の流れ

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} = \rho_0 \frac{B_0}{A_0} \frac{\partial y}{\partial t}, \quad \frac{\partial\rho}{\partial x} = \rho_0 \frac{B_0}{A_0} \frac{\partial y}{\partial x}, \quad \frac{\partial A}{\partial t} = B_r \frac{\partial y}{\partial t}, \quad \frac{\partial A}{\partial x} = B_r \frac{\partial y}{\partial x} \quad (10)$$

$$\frac{\partial y}{\partial t} + V \cdot a^2 \left(\frac{1}{a_r^2} + \frac{1}{a_0^2} \right) \cdot \frac{\partial y}{\partial x} + \frac{a^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} = 0 \quad (11)$$

$$; \quad a = \frac{a_0}{\sqrt{1 + \frac{a_0^2}{a_r^2} + \frac{a_0^2}{a_L^2}}}, \quad a_0 = \sqrt{\frac{K}{\rho_0}}, \quad a_r = \sqrt{\frac{\delta E}{\rho_0 D_0}}, \quad a_L = \sqrt{\frac{g A_0 \sin \theta}{N A_L}} \quad (12)$$

ここに、 a_0 : 水の圧縮性に起因する圧力波伝播速度、 a_r : 管壁の弾性変形に起因する圧力波伝播速度、 a_L : 取付管の流水貯留に起因する圧力波伝播速度、 a : 流れの圧力波伝播速度。

3. 取付管を考慮した流れの基礎式の妥当性に関する考察とまとめ

これまで、海外モデルによる流出解析の実施に当たり、 a 値については、理論的には 200~1,000 m/s が採用されるべきところ、経験的かつ実証的に 10~200m/s が採用されてきた。しかしながら、ここで導出した取付管を考慮した流れの基礎式(7)~(12)によれば、理論的に 10~150 m/s が採用されるべきと指摘できる。今後は、本基礎式の妥当性について、下水道管渠模型を用いた流出実験を行って検討する必要がある。