

剛体の衝突前後での鉛直速度比が角速度比に及ぼす影響に関する実験的検証

鳥取大学 学生会員 ○河北 直樹
鳥取大学 正会員 谷口 朋代
鳥取大学 正会員 小野 祐輔

1. はじめに

自立している構造物を剛体ブロックとみなし、地震による剛体ブロックのロッキング運動に関する研究は Housner¹⁾等によって行われている。

ロッキング運動する剛体の床との衝突後の飛上り挙動に関する研究については、西²⁾が剛体の衝突前後での角速度比 e_θ を表す式を導き、その妥当性を実験により検証している。本研究では、飛上りが発生しない剛体について実験を行い、 e_θ の式の妥当性を検証する。なお、 e_θ は水平方向の速度比 e_x と鉛直方向の速度比 e_y の関係式で表されるが、本研究では、滑動が発生しない十分な摩擦のある台の上という仮定に基づき $e_x=1$ と定め、 e_θ と e_y の関係性を検証する。

2. 角速度比の導出

滑動及び飛上りが生じないロッキング運動（以下ピュアロッキング運動とする）が発生する際の角速度比を算出する。まず、矩形の剛体ブロックがロッキング運動し、床と衝突する直前の左下端中心の角速度 $\dot{\theta}_1$ から水平方向の速度 $\dot{x}_1$ 及び鉛直方向の速度 $\dot{y}_1$ を算出する。次に、 $\dot{y}_1$ に床との衝突時に生じる鉛直速度比 $-e_y^{rock}$ を乗じることで、衝突直後の速度、全運動量を算出し、右下端周りの角運動量を求める(図1)。 $e_y^{rock}=1$ とした時の角運動量 L_2 と、 $0 < e_y^{rock} < 1$ とした時の角運動量 L'_2 の差から衝突によって損失した角運動量を算出すると次式を得る。

$$L_2 - L'_2 = M \frac{2B^2}{3} \dot{\theta}_1 (1 - e_y^{rock}) \quad (1.1)$$

なお、剛体ブロックの幅 B 、質量 M とする。

式1.1を用い、衝突直前と浮上り(左下端が床から離れる現象)直後の角運動量保存の式を立て、整理すると次式を得る。

$$I\dot{\theta}_{02} = I\dot{\theta}_2 - M \frac{2B^2}{3} \dot{\theta}_1 (1 - e_y^{rock}) \quad (1.2)$$

衝突直後の $e_y^{rock}=1$ とした時の角速度を $\dot{\theta}_2$ とし、

$0 < e_y^{rock} < 1$ とした時の角速度を $\dot{\theta}_2'$ とする。

式1.2を回転方向の反発係数 $e_\theta (= \dot{\theta}_2' / \dot{\theta}_1)$ の式に直すと、鉛直速度比 e_y^{rock} の値を考慮した角加速度比 e_θ は次式で表される。

$$e_\theta = \frac{2r^2 - 2 + e_y^{rock}}{2(r^2 + 1)} \quad (2.3)$$

アスペクト比 $r = H/B$ とする。

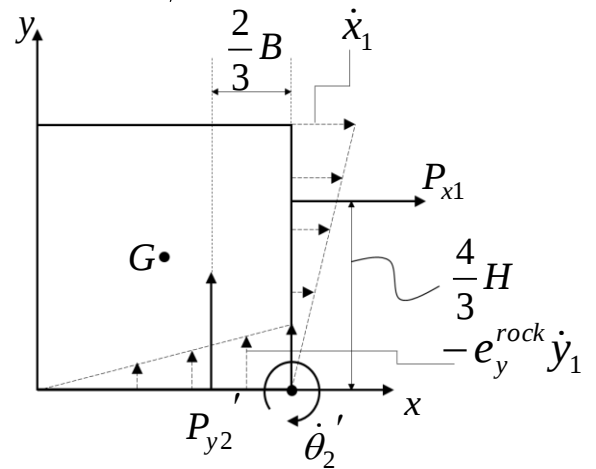


図1 浮上り直後の右下端まわりの角運動量(1)

3. 実験方法と結果

図2a)に示すように剛体を初期浮き上がり角度 θ_0 を与えた状態から自由ロッキング運動させる。剛体の挙動は図2a)に示すように剛体の側面と上面に2個ずつのレーザー変位計を設置し測定する。鉛直落下実験における鉛直速度比 e_y^{fall} は図2b)に示すように、上面からレーザーを当てて計測した。

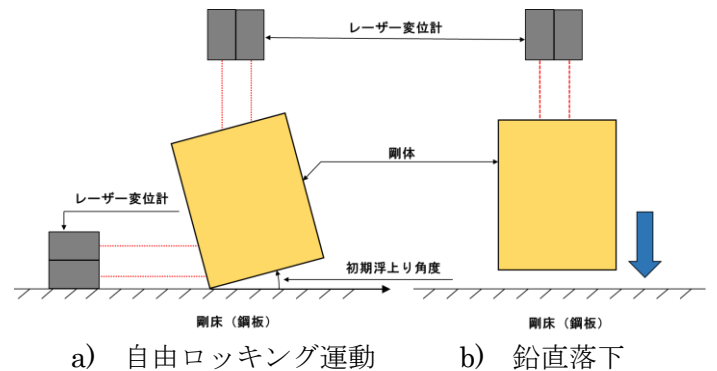


図2 剛体とレーザー変位計の設置図

キーワード ロッキング, 反発係数, アスペクト比

連絡先 〒680-8552 取市湖山町南4丁目101 鳥取大学大学院工学研究科社会基盤工学専攻土木工学講座
TEL 0857-31-5286

西の論文中の式を用いて計算を行うと、アスペクト比が $r = 6.2$ より大きい剛体ブロックは確実に飛び上がらないという結果が得られた。したがって、アスペクト比 $r = 7$ ($100 \times 100 \times 694.4$)のABS樹脂を用い、実験を行った。ピュアロッキング運動を行っているかを確認するために、飛上りと滑動の発生に着目する。

飛上りの有無は、供試体の両下端にアルミ箔を張り付け、鉄製の剛床とアルミの接触が電池回路となる装置を作成して行った。両下端が同時に離れた結果は得られていないため、飛上りは発生していない結果が得られた。

滑動の有無は、水平のレーザー変位計から、右下端の x 座標を算出して行った。衝突後の水平移動量は約 0.08mm と十分小さく、滑動していないと判断した。

図3に水平のレーザー変位計により計測した回転角度の実験結果と解析結果の例を示す。解析はロッキングの運動方程式を積分して得られた角加速度、角速度、角度の式を数値積分することにより行った。衝突後の解析結果は、衝突直前の角速度に $e_\theta = 0.971$ を乗じたとき、図3のように実験結果と重なった。 $e_\theta = 0.971$ より、式(2.3)を用いると $e_y^{\text{rock}} = 1.145$ となり、非現実的な値が得られた。

4. 実験結果の考察

e_y^{rock} が1を超えるような値をとった要因のひとつに、式(2.3)の導出過程が間違っていることが考えられる。西の論文では衝突後の飛上りの際、回転中心を重心としていることから、衝突による回転力が重心中心に作用すると仮定すると、運動量分布は図4のようになる。一つの三角形分布の角運動量は重心周りの角運動量 L_G' の半分である。三角形分布ごとの作用点位置と全運動量 P' を求め、図示すると図4のようになる。これに基づき、右下端周りの角運動量を求める。2章と同様、衝突によって生じた角運動量の損失は以下の式で表す。

$$L_2 - L_2' = -\frac{1}{3}M\dot{\theta}_1 B^2(1 - e_y^{\text{rock}}) \quad (4.1)$$

この式を用いて、回転方向の反発係数 e_θ を示す。

$$e_\theta = \frac{4r^2 - 1 - e_y^{\text{rock}}}{4(r^2 + 1)} \quad (4.2)$$

この式に $e_\theta = 0.971$ を代入すると、 $e_y^{\text{rock}} = 0.709$ となり、鉛直落下の実験結果(図5)の最大値である $e_y^{\text{fall}} = 0.681$ と近い値をとったため、図4から求めた角速度比 e_θ の式の方が妥当であるといえる。

ただし、どちらの e_θ の式も、 e_y^{rock} に対しアスペクト比 r が大きすぎると e_θ の値は r の値で決定されてしまう、すなわち e_y^{rock} が e_θ に及ぼす影響が小さくなるといえる。したがって、本研究で扱った供試体よ

りもアスペクト比の小さく、飛上りが発生しない供試体を用いた実験により、式(2.3)、式(4.2)の妥当性を検証する必要がある。

参考文献

- 1) G. W. Housner: The behavior of inverted pendulum structures during earthquakes, Bulletin of the Seismological Society of America, Vol. 53(2), pp. 403-417, 1963.
- 2) 西公平: ロッキングする剛体の衝突中の力学的エネルギーの収支に基づく衝突後挙動の実験的検証, 土木学会中国支部平成26年度研究発表会.

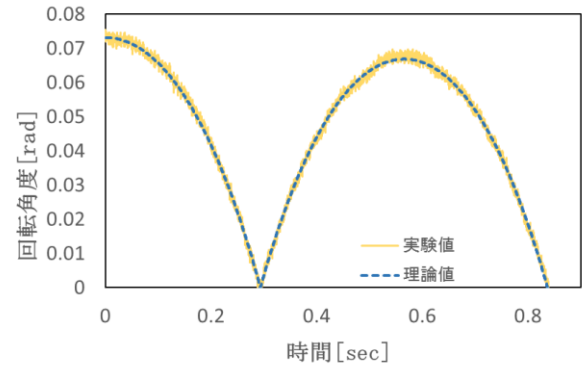


図3 回転角度

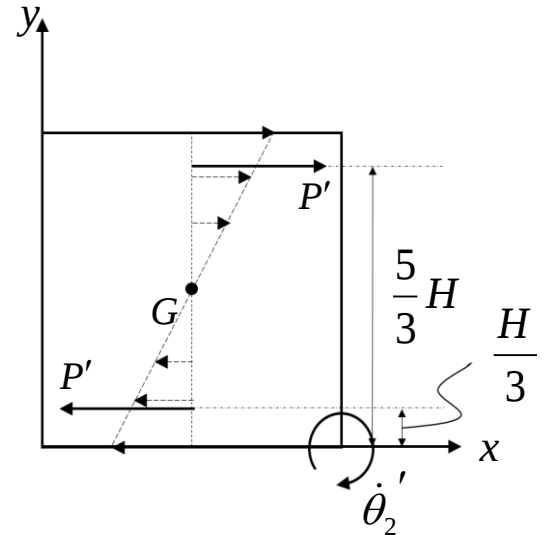


図4 浮上り直後の右下端まわりの角運動量(2)

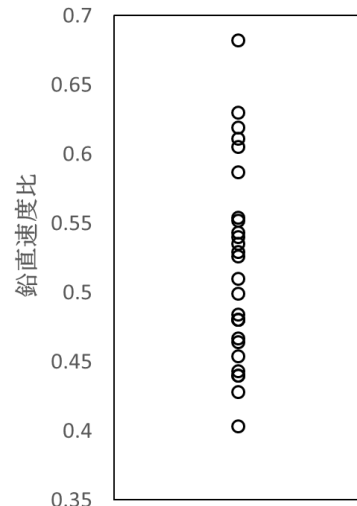


図5 鉛直落下実験による鉛直速度比