

WENO 法を用いた一般座標系における平面 2 次元河床変動モデルの開発

鳥取大学大学院 学生会員 ○山田 雄太
鳥取大学大学院 正会員 梶川 勇樹

1. はじめに

従来、流れと河床変動の数値計算については多くの研究が行われており、中でも平面 2 次元モデルは実用的なモデルとして数多くの数値モデルが提案されている。多くのモデルでは基礎式を差分法で計算を行っているが、基礎式の差分法に高精度の差分法を採用することで、メッシュを粗くした場合でも高精度な計算結果が期待でき、また、計算時間の短縮も期待される。そこで、本研究では、5 次精度 WENO(Weighted Essentially Non-Oscillatory)法を用いた一般座標系における平面 2 次元モデルの開発を目的とし、開発したモデルを用いて過去の水理実験を対象に再現計算を行い、実験結果や既存の数値モデルとの比較から本数値モデルの再現性について検討した。

2. 数値計算モデル

流れの基礎方程式には、一般座標系における平面 2 次元の浅水流方程式¹⁾を用いた。河床変動の基礎方程式には、一般座標系における平面 2 次元の流砂の連続式を用いた。流砂は掃流砂と浮遊砂から構成されると考え、河床材料は均一粒径として計算を行うこととした。掃流砂量の算定には芦田・道上の式を採用し、浮遊砂浮上量は Itakura and Kishi の式で算定した。また、本数値モデルでは計算格子にはレギュラー格子を採用し、移流項の差分法に 5 次精度 WENO 法、時間項の差分法に 3 次精度 TVD Runge-Kutta 法を採用した。

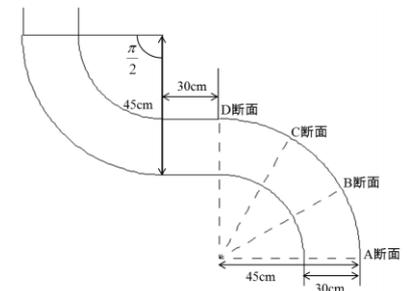


図-1 水路の単位形状と各断面位置

3. モデルの再現性について

ここでは、過去の水理実験を対象に本数値モデルで再現計算を行い、実験結果や既存の数値モデルの計算結果との比較から本数値モデルの再現性について検討する。

1) 弯曲水路における実験を対象とした流況計算

流れの再現計算の対象は、弯曲水路における玉井らの実験²⁾である。玉井らの実験条件は、流量 $0.00196\text{m}^3/\text{s}$ 、水路勾配 0.001 であり、マンニングの粗度係数は 0.010 として計算を行った。本数値モデルの計算結果を実験結果および秋山ら³⁾の数値モデルの計算結果と比較する。秋山らのモデルは座標系に一般座標系を採用し、基礎式の差分に Maccormack 法を用いた平面 2 次元モデルである。メッシュ数は 1 波長あたり 416×12 である。図-1 に弯曲水路の単位形状と各断面位置を示す。結果の比較は図-2 に示す平均水深分布図と図-3 に示す平均主流速分布図を用いて行う。図の X 軸は水路内岸からの距離を示している。図-2 より、それぞれの断面での結果を比較すると、各断面での本数値モデルの計算結果と実験値の誤差は小さく、秋山らのモデルより再現性が高くなる結果となった。図-3 より、平均主流速を比較すると、本数値モデルの計算結果と実験値は概ね良好に一致する結果となった。水路の壁面近傍において

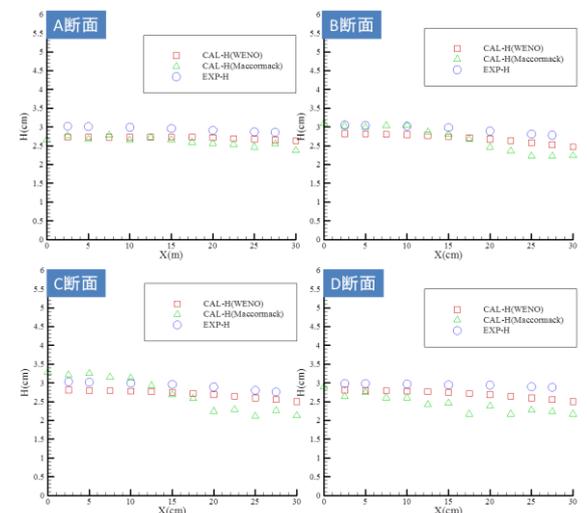


図-2 平均水深分布図

キーワード WENO 法, 数値計算, 河床変動

連絡先 〒680-8850 鳥取県鳥取市湖山町南 4 丁目 1 0 1 鳥取大学大学院工学研究科

TEL 0857-31-5007

秋山らの数値モデルは実験値との誤差が大きく生じているが、本数値モデルでは実験値を良好に再現可能であった。

2) 蛇行水路における実験を対象とした河床変動計算

河床変動の再現計算の対象は、西本らによる蛇行水路における河床変動実験⁴⁾である。西本らの実験条件は、水路幅 0.35m, 蛇行波長 4.40m, 水路勾配 0.006, 河床材料の粒径 0.76mm, 流量 0.00139m³/s, 通水時間は 14,400sec である。マンニングの粗度係数は 0.015 として計算を行った。ここでは、CAL-DZ(a)は 1 波長あたりのメッシュ数が 460×16 の場合の計算結果であり、CAL-DZ(b)は 1 波長あたりのメッシュ数が 240×10 の場合の計算結果である。実験の最終河床形状のコンター図を図-5(a)に示し、1 波長あたりのメッシュ数を 460×16 として本数値モデルで計算を行った場合の最終河床形状を図-5(b)に示す。また、図-4 に示した各断面位置での河床変動量を図-6 に示す。図の X 軸は水路内岸からの距離である。図-5(a)と図-5(b)を比較すると、微小な違いは見られるものの、最終河床形状は概ね良好に一致する結果となった。また、図-6 より、メッシュが粗い場合でもある程度の再現性があることを示した。水路の壁面近傍では実験値と計算値の誤差が大きくなる結果となったが、この原因として、本数値モデルでは、2 次流の発達および減衰の遅れを考慮していないため、水路壁面付近において誤差が大きく生じたと考えられる。

4. まとめ

基礎式の差分に WENO 法を採用した本数値モデルは、平面 2 次元流れおよび蛇行水路における河床変動を良好に再現可能であった。今後の課題として、混合粒径を対象としたモデルや、2 次流の発達および減衰の遅れを考慮したモデルを構築することなどが挙げられる。

参考文献

- 1) 浪平ら：一般座標系における平面2次元流れと河床変動の数値シミュレーション手法に関する比較研究，農村工学研究所報告第51号，pp.165-193，2012.
- 2) 玉井ら：連続わん曲水路における流れの実験的研究，土木学会論文報告集，第331号，pp.83-94，1983.
- 3) 秋山ら：Maccormack法を用いた平面2次元数値モデルの浅水流への適用性について，水工学論文集 第42巻，pp.679-684，1998.
- 4) 西本ら：流線の曲率を考慮した蛇行水路の河床変動計算，土木学会論文集No.456/II-21，pp.11-20，1992.

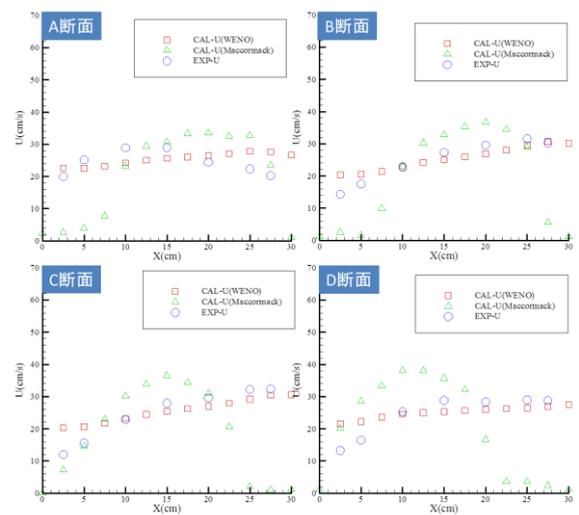


図-3 平均主流速分布図

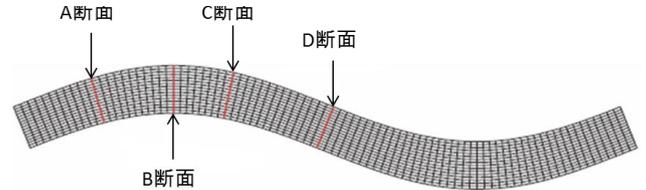


図-4 水路形状と各断面位置

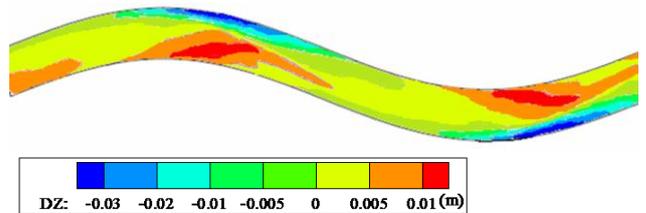


図-5(a) 実験の最終河床形状

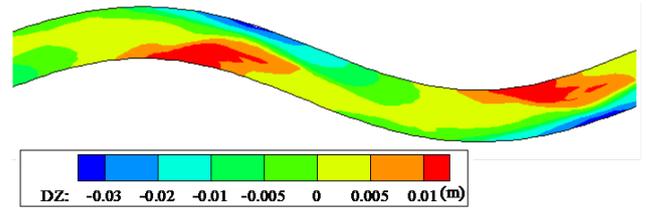


図-5(b) 本数値モデルの最終河床形状(CAL-DZ(a))

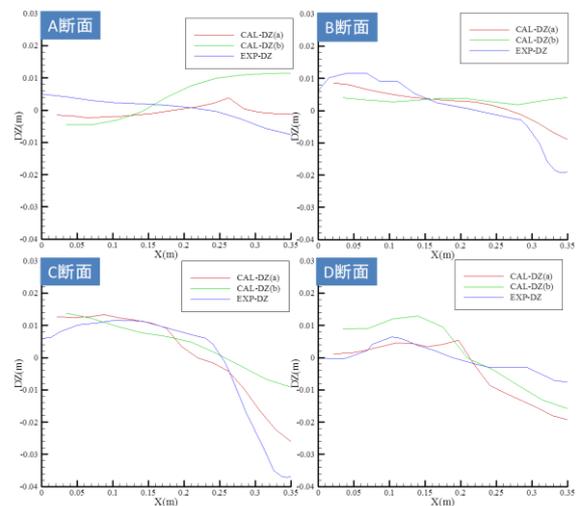


図-6 各断面での河床変動量