

### 1. はじめに

等価線形化による地盤の一次元地震応答解析法（以下、等価線形化法とよぶ）は、地盤の材料非線形を簡便に評価することができ、地表で得られた地震記録からの戻し解析により基盤での入力地震動を推定することができることなどから、実務面で広く用いられている。

この方法による解析プログラムは1972年に発表されたSHAKE<sup>1)</sup>が最も有名であり多くの実績がある。しかしながら、実務的に優れたSHAKEにも欠点がある。すなわち、地盤のせん断ひずみが大きくなると材料非線形の影響が顕著になり、剛性の低下と等価減衰の増加から高周波数成分が過小評価されるようになる。また、戻し解析を行う際には逆に高周波数成分が過大になり、しばしば発散する。杉戸ら<sup>2)</sup>はSHAKEの欠点を修正する方法を提案している（プログラム名：FDEL）。杉戸らの方法は土の動的特性を算出するための有効せん断ひずみを周波数ごとに与えるやり方であるがその物理的意味ははっきりしない。そこで、本研究では既往のやり方にかわる改良方法を提案し妥当性の検証を行う。

### 2. 等価線形化法の問題点と改良方法

等価線形化法は周波数領域で解析を行う。減衰項は複素剛性として処理する。土の非線形挙動に伴う履歴減衰は周波数に依存しないが、減衰項を複素剛性として扱えば周波数に依存した減衰になり高周波数域に過剰の減衰が付与される。これがSHAKEにおいて高周波数成分が過小評価される原因であると考えられる。

いま、基盤の上に表層地盤が乗っている場合を考える。基盤における上昇波の振幅  $E_2$  を既知とすれば、地表が自由表面であることと、地層の境界で変位とせん断応力が連続する条件から、 $E_2$  に対する  $E_1$  の比の絶対値（増幅比）は次式のようになる。

$$\left| \frac{E_1}{E_2} \right| = \frac{1}{\left| \cos(k_1 H_1) + i\alpha \sin(k_1 H_1) \right|} \quad (1)$$

ここに、 $E_1$  は表層地盤内の上昇波の振幅、 $k_1$  は表層地盤内の波動の波数、 $H_1$  は表層地盤の厚さ、 $\alpha$  は波動イン

ピーダンス比 ( $\alpha = \rho_1 V_1 / \rho_2 V_2$ )、 $\rho_1 \rho_2$  は土の密度、 $V_1 V_2$  はせん断波速度、である。 $k_1$  を、複素剛性  $G^* = G / (1 - 2ih)$  を用いて表すと次式になる。

$$k_1 = \frac{\omega \sqrt{1 - 2ih}}{V_1} \quad (2)$$

ここに、 $\omega$  は円振動数、 $h$  は表層地盤の減衰定数である。(2)を(1)に代入すると増幅比は次式のように与えられる。

$$\left| \frac{E_1}{E_2} \right| = \frac{1}{\left| \cos\left(\sqrt{1 - 2ih} \frac{\omega H_1}{V_1}\right) + i\alpha \sin\left(\sqrt{1 - 2ih} \frac{\omega H_1}{V_1}\right) \right|} \quad (3)$$

$\alpha = 0.1$ 、 $H_1 = 25\text{m}$ 、 $V_1 = 50\text{m/s}$  として、減衰定数  $h$  を0から0.5まで変化させたときの増幅比を図1に示す。

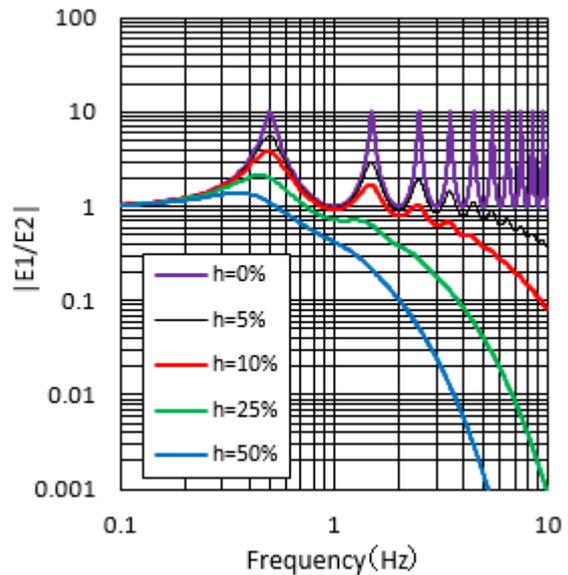


図1 増幅比に及ぼす減衰定数の影響

図1を見ると、減衰定数が大きくなるにつれて高周波数成分が著しく減少する傾向が認められ、減衰の周波数依存性が強く示唆される。ここで、減衰の周波数依存性を調べるために(3)を虚数が含まれない形に変換する。このとき次の変換式を用いる。

$$\sqrt{x + iy} = \sqrt{\frac{x + \sqrt{x^2 + y^2}}{2}} + i \frac{y}{|y|} \sqrt{\frac{-x + \sqrt{x^2 + y^2}}{2}} \quad (4)$$

$$\cos(x + iy) = \cosh y \cos x - i \sinh y \sin x \quad (5)$$

$$\sin(x + iy) = \cosh y \sin x + i \sinh y \cos x \quad (6)$$

(4)(5)(6)を用いて(3)を虚数が含まれない形に変換すると次式になる。

$$\left| \frac{E_1}{E_2} \right| = \frac{1}{\sqrt{\cosh^2 y (\cos^2 x + \alpha^2 \sin^2 x) + \sinh^2 y (\alpha^2 \cos^2 x + \sin^2 x) + \alpha \sinh(2y)}} \quad (7)$$

ここに、

$$x = \sqrt{\frac{1 + \sqrt{1 + 4h^2}}{2}} \frac{\omega H_1}{V_1}, \quad y = \sqrt{\frac{-1 + \sqrt{1 + 4h^2}}{2}} \frac{\omega H_1}{V_1} \quad (8)$$

$h \ll 1.0$  の場合は  $\sqrt{1 + 4h^2} \doteq 1 + 2h^2$  が成立し(7)は次のようになる。

$$\left| \frac{E_1}{E_2} \right| = \frac{1}{\sqrt{\cosh^2 \frac{h\omega H_1}{V_1} \left( \cos^2 \frac{\sqrt{1+h^2}\omega H_1}{V_1} + \alpha^2 \sin^2 \frac{\sqrt{1+h^2}\omega H_1}{V_1} \right) + \sinh^2 \frac{h\omega H_1}{V_1} \left( \alpha^2 \cos^2 \frac{\sqrt{1+h^2}\omega H_1}{V_1} + \sin^2 \frac{\sqrt{1+h^2}\omega H_1}{V_1} \right) + \alpha \sinh \frac{2h\omega H_1}{V_1}}} \quad (9)$$

(9)の中の双曲線関数が減衰に寄与する。減衰は周波数に依存しており、周波数が高くなるにつれて、大きな減衰が付与されることがわかる。この問題を解決するには次のようにすればよい。すなわち  $h = h_0/f$  として(9)に代入する。ここに、 $h_0$ は有効ひずみに対応する等価減衰定数、 $f$ は周波数である。このようにすると周波数に依存しない減衰を与えることが可能になる。

### 3. 検証解析

提案法の妥当性を検証するために地震応答解析を行った。比較のために SHAKE と杉戸らの方法(FDEL)による解析も併せ行った。地盤モデルは液状化地盤を想定し設定した。土の動的特性は土木研究所の式を用いた。

表1 地震応答解析に用いた地盤モデル

層番号	層厚 (m)	層上面 深さ(m)	$\rho$ (kN/m <sup>3</sup> )	$V_s$ (m/s)	地質
1	5.4	0.0	18.0	230	砂
2	3.6	5.4	19.1	130	砂
3	4.7	9.0	18.2	170	砂
4	6.3	13.7	18.2	220	砂
5	6.0	20.0	17.0	150	沖積粘土
6	14.0	26.0	15.0	150	沖積粘土
7	4.2	40.0	15.0	170	沖積粘土
8	1.3	44.2	18.7	250	沖積粘土
9	4.7	45.5	16.9	250	沖積粘土
10	9.3	50.2	21.0	560	砂
11	14.3	59.5	18.7	330	砂
12	9.8	73.8	17.9	330	砂
13	-	83.6	21.0	560	基盤

図2に基盤における入力加速度波形(2E波)と地表面加速度波形を示し、図3に地表面加速度のフーリエスペクトルを示す。

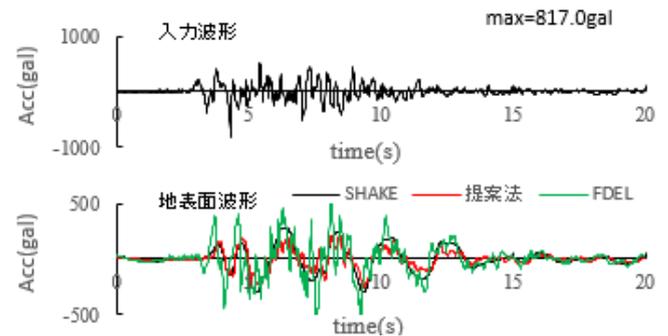


図2 加速度波形

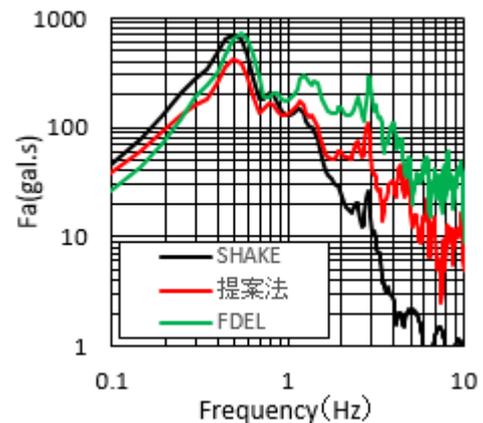


図3 加速度フーリエスペクトル

最大加速度については、SHAKE(301gal)と提案法(284gal)は同程度であるが、FDEL(612gal)はそれらのほぼ2倍の大きさである。FDELは過大評価になることが知られており、そのとおりの結果になっている。フーリエスペクトルをみると、提案法はSHAKEの高周波数域の落ち込みを改善できている。FDELは高周波数域において過大になっている。なお、ここには示さないが、地表面波による戻し解析を行ったところ、SHAKEは発散したが提案法は解が得られ、基盤入力波に一致した。

### 4. まとめ

- (1)減衰項を複素剛性として処理すると周波数に比例した減衰が与えられ、高周波数成分が過小評価される。
- (2)等価減衰定数を周波数で除すことによって高周波数域における過剰減衰を回避することができる。

### 参考文献

- 1) Schnabel, J. Lysmer and H. B. Seed : SHAKE a computer program for earthquake response analysis of horizontally layered sites, EERC72-12, University of California, Berkeley, 1972
- 2) 杉戸真太, 合田尚義, 増田民夫: 周波数特性を考慮した等価ひずみによる地盤の地震応答解析法に関する一考察, 土木学会論文集, No.493/III-27, pp.49-58, 1994.6