

## 格子ばね解析法による弾性体解析におけるばね係数値の設定と検討

鳥取大学大学院 学 ○三橋 大地

大成建設(株) 正 文村 賢一

鳥取大学大学院 フェロー 西村 強 正 河野 勝宣

## 1. はじめに

個別要素法(DEM)など、解析対象を質点あるいは剛体をばねで連結した系でモデル化する手法では、ばね係数など入力値の決定に(地盤材料に対して計測できる指標を用いた)有効な方法が確立されていない。そこで、仮定値を適宜変更しながら目標とする地盤材料の変形特性や強度特性を再現した後に地盤の挙動に関する解析を行うことが多い。このことに対して、著者らは、ばね係数を弾性定数に関連付ける試みを報告している<sup>1)</sup>。本文では、算出したばね係数値を用いた解析結果より求めた弾性定数の入力値に対する近似度に関する検証を行う。

## 2. 3次元格子ばね解析法と入力値の決定手順

解析対象を、ばねで連結された質点系としてモデル化するとともに、質点個々の運動は、次の運動方程式により表現する。

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = f \quad (1)$$

ここに、 $m$ は質量、 $c$ は減衰係数、 $f$ は外力である。式(1)は陽形式時間差分で解かれる。さて、対象とする物体にひずみ $e_{ij}$ が生じているとき、位置 $x_j$ にある点 $p$ の変位を次のように書く。

$$u_i^p = e_{ij}x_j^p \quad (2)$$

ここに、 $i=1, 2, 3$ であり、全体座標成分を表している(図-1)。各格子点間には、相対変位 $\Delta u_i^m$ が生じている。

$$\Delta u_i^m = u_i^{p1} - u_i^{p2} = e_{ij}(x_j^{p1} - x_j^{p2}) = e_{ij}d_m I_i^m \quad (3)$$

ここに $d_m$ は $p_1$ と $p_2$ 間のばねの長さ、 $I_i^m$ は法線方向の単位ベクトルである。ばねに生じる力 $f_i^m$ は次式となる。

$$f_i^m = k_n^m \Delta u_j^m I_j^m I_i^m + k_s^m (\Delta u_i^m - \Delta u_j^m I_j^m I_i^m) \quad (4)$$

単位体積当たりのひずみエネルギー $\Pi$ を次式で表すことにする。

$$\Pi = \frac{\Pi_b}{V} = \frac{1}{V} \sum_{m=1}^{N_c} \frac{1}{2} (\Delta u_i^m f_j^m + \Delta u_j^m f_i^m) = \frac{1}{V} \sum_{m=1}^{N_c} \frac{1}{2} (e_{ij} d_m I_j^m f_j^m + e_{ji} d_m I_i^m f_i^m) \quad (5)$$

応力 $\sigma_{ij}$ は、このひずみエネルギーの勾配として与えられるとすれば、

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial \Pi}{\partial e_{ij}} = \frac{1}{2V} \sum_{m=1}^{N_c} (d_m I_i^m f_j^m + d_m I_j^m f_i^m) \quad (6)$$

となる。 $N_c$ は格子系内部の総連結数であり、次のように弾性係数テンソル $C_{ijkl}$ は与えられる。

$$C_{ijkl} = \frac{1}{V} \sum_{m=1}^{N_c} \left[ \frac{k_n^m d_m^2}{4} (I_j^m I_k^m \delta_{il} + I_i^m I_k^m \delta_{jl} + I_j^m I_l^m \delta_{ik} + I_i^m I_l^m \delta_{jk}) + (k_n^m - k_t^m) d_m^2 I_i^m I_j^m I_k^m I_l^m \right] \quad (7)$$

ここに、 $\delta_{ij}$ はクロネッカーのデルタである。 $\beta$ は $d_m$ 、 $I_i^m$ により求められる係数として、ばね係数と弾性定数が次式で関連付けられる。以上が、解析法ならびにばね係数決定法の概要である。

## 3. 立方体領域の一軸圧縮変形

一辺  $D_0$  の立方体を、一辺  $d_m$  の微小立方体要素で分割するとき、 $d_m$  の大小が、弾性定数の再現に及ぼす影響を例示する。ここでは、 $D_0=2\text{cm}$  に対して、 $d_m=0.4, 0.2, 0.1\text{cm}$  とする3例を示す。弾性係数  $E_0=1000\text{MPa}$ 、ポ

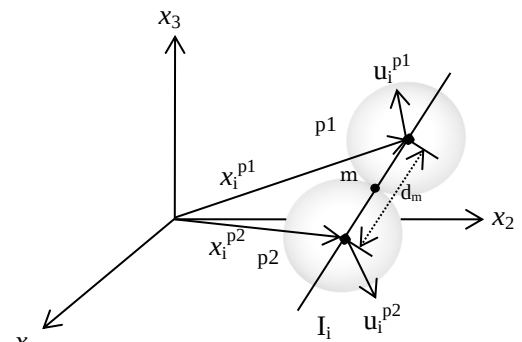


図-1 解析対象内の連結格子点

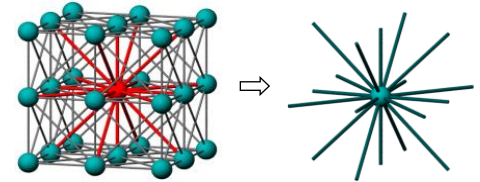
キーワード 格子ばね解析法, ばね剛性, ポアソン比, 弾性係数

連絡先 〒680-8552 鳥取市湖山町南4丁目101 鳥取大学大学院工学研究科 TEL0857-31-5297

表-1 接触ばね係数と一軸圧縮解析結果

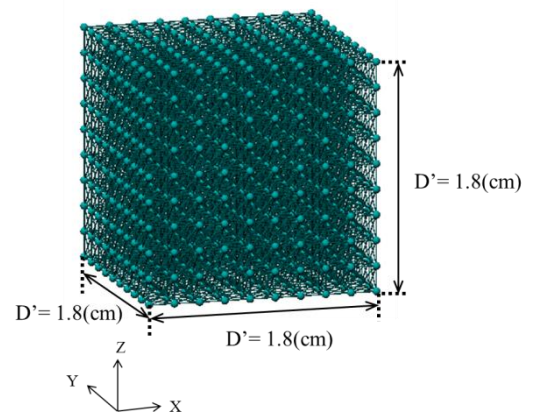
| The original length of spring $d_m$ (cm) |              | 0.1   | 0.2   | 0.4                |
|------------------------------------------|--------------|-------|-------|--------------------|
| Lattice Structure Type                   |              | II    | II    | II                 |
| Spring Stiffness                         | $k_n$ (kN/m) | 333   | 667   | $1.33 \times 10^3$ |
|                                          | $k_s$ (kN/m) | 55.6  | 111   | 222                |
| Elastic constants                        | $E_0'/E_0$   | 1.013 | 1.028 | 1.071              |
|                                          | $E_L'/E_L$   | 1.013 | 1.028 | 1.071              |

アソシ比 $v_0=0.2$  を入力値とするときの法線ばね方向係数  $k_n$ , 接線方向ばね係数  $k_s$  を表-1 に記した. また, 図-2 にモデルを構成する微小立法体要素, 図-3 に  $d_m=0.2\text{cm}$  としたときの質点配置図と連結の状況の一例 (Type-2) を示す. 一辺  $d_m$  の微小立方体で解析領域を分割し, その小領域の重心位置に質点を配するので, 質点位置のみでみれば, 一辺  $D_0-d_m$  の格子状モデルとなる. 解析領域の外表面に変位あるいは荷重の条件を与えるとき, これらの境界条件の設定位置は, 表面から  $d_m/2$  だけ立方体内部になる. 一軸圧縮解析では, 最下面に配した格子群を  $z=0$  に配置した上で  $z$  方向変位を拘束し, 最上面  $z=D_0-d_m$  上の格子点に  $-z$  方向の強制変位  $\Delta u_z=0.1 \times 10^{-8}\text{cm}$  (時間増分  $\Delta t$  あたり) を与える.  $z$  方向の圧縮量  $\Delta h=0.04\text{ cm}$  ( $\varepsilon_z=\Delta h/D_0=0.02$ ) となったとき,  $F_z/(D_0 \times D_0 \times \varepsilon_z)$  を  $E_0$  に対する解析値  $E_0'$  として求めた. ここに,  $F_z$  は最上面の格子点に発生する  $z$  方向荷重の総和である. その結果を表-1 下段にまとめる.  $d_m$  を小さくするすなわち分割数を増大させると,  $E_0$  に対する  $E_0'$  の近似度が向上することが示されている.



対角格子(Type-II)

図-2 質点連結格子モデル

図-3 解析モデル例 ( $d_m=0.2$ )

さて, 以上の解析では,  $D_0=2\text{cm}$  の立方体領域を解析対象としているが, 前述のように強制変位は格子点位置で与えているので, 軸方向変位  $\Delta h$ , 側方変位とも, 長さ  $D'=D_0-d_m$  の変形量となる. つまり, 外荷重の作用位置 (あるいは強制変位の設定位置) は格子点位置であり, 解析対象である立方体領域から格子部分を取り除いた厚さ  $d_m/2$  の外層部分には変形は生じていないことになる. 圧縮総荷重  $F_z$  は, 一辺  $D_0-d_m$  の立方格子体への作用となっていることから,  $E_L$  を立方格子体が見かけの弾性係数とすれば,

$$F_z = E_0 \frac{\Delta h}{D_0} \cdot D_0^2 = E_L \frac{\Delta h}{D_0 - d_m} \cdot (D_0 - d_m)^2 \quad (8)$$

より,  $E_L = E_0 / (1 - d_m/D_0)$  と書くことができる. 格子部分に対する解析値  $E_L'$  を求めて,  $E_L'/E_0$  を求めると近似度は低下すると評価されることに注意する必要がある. 逆に, 格子部分を解析対象物体に重ねるのであれば,  $E_L$  に対して  $k_n$ ,  $k_s$  を算出した上で解析を実施する必要があると判断している.

謝辞: 本研究は, 科学研究費補助金 (基盤研究(c), No.26420482) の補助を受けて実施している. 記して, 謝意を表する.

参考文献: 1) 西村 強他: 格子バネモデルによる弾性体の変形解析とバネ係数の決定法, 土木学会第 42 回岩盤力学に関するシンポジウム講演集, pp.68-73, 2014.