運動量の定理に基づく堰の水理検討

山　口　大　学　学生会員　○門脇　圭佑
山　口　大　学　フェロー会員　羽田野　袈裟義
㈱建設技術研究所　正　会　員　多田羅　謙治
長　崎　県　庁　非　会　員　本多　翔平

1.緒論

近年異常気象が常態化し，豪雨・洪水の激甚化が年々著しくなっている．堰は河床上の突起物であって治水上のネックになるため，洪水時における堰周辺の水位を的確に把握することが特に重要である．しかしながら，従来の堰水理は基本となる刃形堰でも不十分で改良の余地がある．本研究は運動量の定理に基づいて刃形堰の検討を行う．

2.運動量の定理によるパラメータの抽出

水の密度を ρ ，重力加速度を g ，単位幅流量を q ，堰高を h_d ，堰頂基準の上流水位を h_1，下流水位を h_2 ，堰の単位幅に作用する流体力を F_D とし，流体力係数 K_D を導入して $F_D=K_D\cdot 1/2\cdot\rho g h_d^2$ と置くと，K_D は次式のように表わされる．

$$K_D=\left(1+\frac{h_1}{h_d}\right)^2-\left(1+\frac{h_2}{h_d}\right)^2+2\left(\frac{h_c}{h_d}\right)^3\left[\frac{1}{1+h_1/h_d}-\frac{1}{1+h_2/h_d}\right] \quad (1)$$

ここで，$h_c=(q^2/g)^{1/3}$ は限界水深である．式(1)より h_1/h_d ，h_2/h_d ，h_c/h_d の間に一定の関係が存在することが示唆される．

3.完全越流の検討

完全越流では h_2 は関与しないから，式(1)の関係は h_1/h_d と h_c/h_d の間の関係になる．この場合，h_1 は越流水深 h であるから，結局次式の関係になる．

$$h/h_d=f_1(h_c/h_d) \quad (2)$$

Schoder & Turner の実験データ[1]で越流水深が 8mm 以上のものについて図示すると図-1 となる．条件は h_d=0.152～2.286m ，h_c/h_d は 3.74 までの範囲である．8mm 以下はレイノルズ数の効果として表現されるが記述を割愛する．同じデータに対して中川らは流量係数～h/h_d の関係図を示しているが，図は中川らの図[2]に比べてはるかに系統的であり，式(2)の優位性が分かる．図の結果で $X=\log_{10}(h/h_d)$, $Y=\log_{10}(h_c/h_d)$ とおくと，次式の形の回帰式をつくることができる．

$$Y=aX^2+bX+c \quad (3) \qquad X=dY^2+eY+f \quad (4)$$

$0.004\leqq h/h_d\leqq 0.1$ ：$a=-0.0506$, $b=0.715$, $c=0.0002$
$0.1\leqq h/h_d\leqq 1.0$ ：$a=0.0722$, $b=0.6844$, $c=0.0026$
$1.0\leqq h/h_d\leqq 6.0$ ：$a=0.0645$, $b=0.6537$, $c=0.0462$
$0.005\leqq h_c/h_d\leqq 0.1$ ：$d=0.2887$, $e=1.3911$, $f=-0.0002$
$0.1\leqq h_c/h_d\leqq 1.0$ ：$d=-0.1366$, $e=1.427$, $f=-0.0001$
$1.0\leqq h_c/h_d\leqq 4.0$ ：$d=-0.0774$, $e=1.3643$, $f=-0.0021$

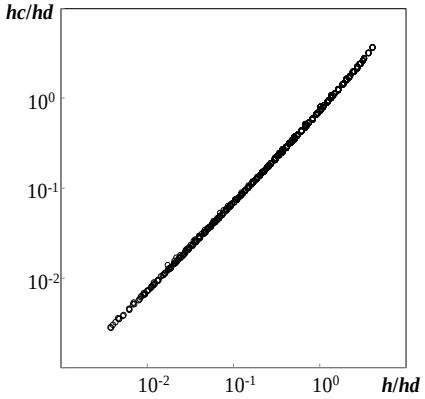
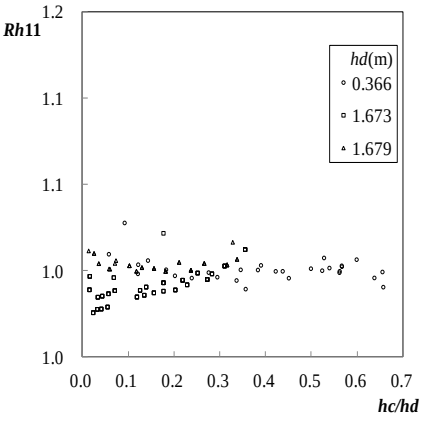
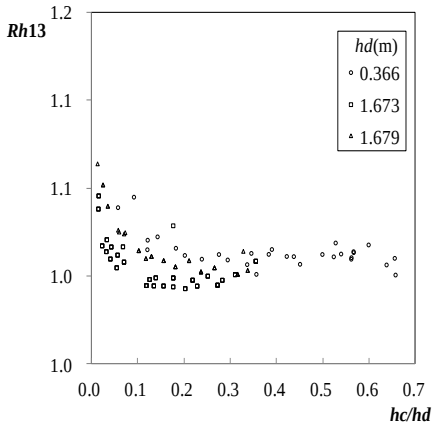


図-1　h_c/h_d と h/h_d の関係



(a) 本提案式



(b) 修正レーボック式

図-2　完全越流の越流水深の計算結果

図-2 は Dawson，Martin の実験データについて本提案式と修正レーボック式を用いて，流量から越流水深を計算した結果を示す．図より，本提案式の方は修正レーボック式に比べて適合性が改善されていることが分かる．

4. 潜り越流の検討

潜り越流では，同じ流量において堰下流の水位を変化させた時に堰上流水位が完全越流の値からどう変化するかが問題になる．図-3 は h_d=0.347m，0.610m，0.991m，1.807m で行われた Cox の実験データ[3]について整理した結果を示す．図において，プロットは一本の線上に分布しており，h_1/h～h_2/h_c の関係の普遍性が示唆される．この関係を，h_2/h_c の値の範囲を区切って次式による回帰式を求めた．

$$\frac{h_1}{h}=\alpha\left(\frac{h_2}{h_c}\right)^2+\beta\left(\frac{h_2}{h_c}\right)+\gamma \qquad (5)$$

$0 \leqq h_2/h_c \leqq 1.5$　：α=0.0985，β=0.110，γ=0.984

$1.5 \leqq h_2/h_c \leqq 2.5$：$\alpha$=0.104，　β=0.124，γ=0.955

$2.5 \leqq h_2/h_c \leqq 5.5$：$\alpha$=0.0147，$\beta$=0.572，$\gamma$=0.383

図-4はCoxのh_d=0.610mのデータについて流量と下流水位から上流水位を計算した結果を，本提案式と板谷・竹中の式について示す．図より，本提案式は板谷・竹中の式より適合性が改善されていることが分かる．

5.堰に作用する流体力の検討

本研究では，堰の単位幅に作用する流体力を $F_D=K_D\cdot 1/2\cdot\rho g h_d^2$ で表した．洪水時を想定すると堰下流で等流水深 h_0 になると考えられ，広長方形水路では h_2 は次式となる．

$$h_2=h_0-h_d=\left(nq/\sqrt{\sin\theta}\right)^{3/5}-h_d \qquad (6)$$

すなわち，$1+\dfrac{h_2}{h_d}=\dfrac{h_0}{h_d}$

完全越流(h_2<0)の場合

$$K_D=\left(1+\frac{h}{h_d}\right)^2-\left(1+\frac{h_2}{h_d}\right)^2+2\left(\frac{h_c}{h_d}\right)^3\left[\frac{1}{1+h/h_d}-\frac{1}{h_0/h_d}\right] \qquad (7)$$

流量 q から h/h_d が式(4)により与えられる．

潜り越流(h_2>0)の場合

$$K_D=\left(1+\frac{h_1}{h}\frac{h}{h_d}\right)^2-\left(1+\frac{h_2}{h_d}\right)^2+2\left(\frac{h_c}{h_d}\right)^3\left[\frac{1}{1+h_1/h\cdot h/h_d}-\frac{1}{h_0/h_d}\right] \qquad (8)$$

式(7)と同様，h/h_d は式(4)から与えられ，h_1/h は潜り越流の式(5)から与えられる．

図-5 は完全越流(h_2<0)の場合における流体力係数 K_D と h_2/h_d の関係を hc/hd=0.2,0.4,0.6,0.8 について示したものである．ここで条件として $h_c/h_d<1+h_2/h_d$ としている．

図-5 より，h_c/h_d が大きく，h_2/h_d が小さいほど流体力係数 K_D は大きくなることが示される．すなわち，流量が大きく，下流水深が小さいほど K_D が大きい．この結果は，防波堤を超える津波の流体力の評価を与える．

6.結語

刃形堰について運動量の定理により堰水理を検討し，無次元パラメータの関係式として整理し，潜り越流で h_1/h と h_2/h_c の関係として整理した．その結果は従来式を凌ぐ適合性を示した．また，堰に作用する流体力の評価法を示した．今後，同様の方法を津波に適用する予定である．

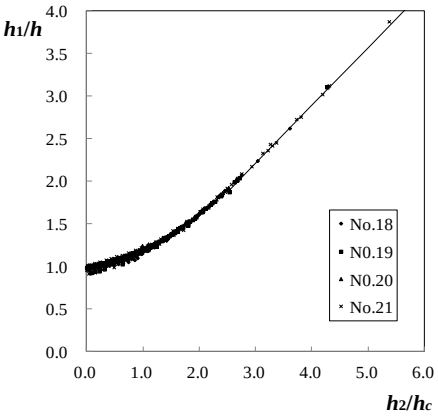
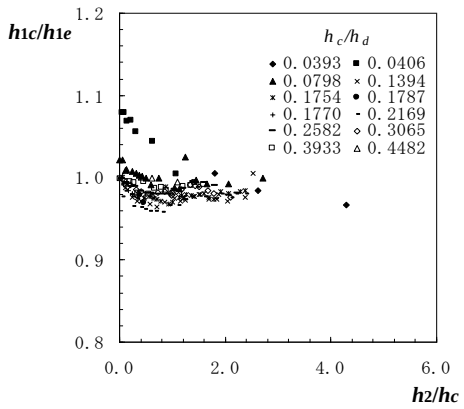
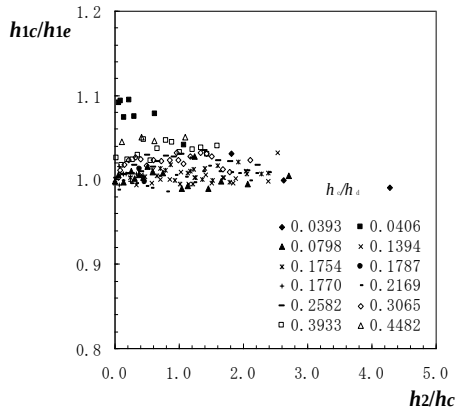


図-3　h_1/h と h_2/h_c の関係



(a) 本提案式



(b) 板谷・竹中の式

図-4　潜り越流の上流水位の計算結果

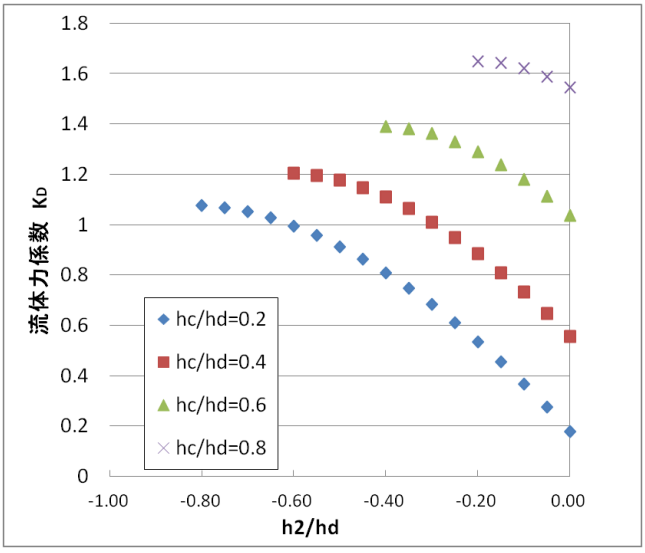


図-5　流体力係数 K_D と h_2/h_d の関係

参考文献

1) Schoder : Precise weir measurements,Trans. of ASCE,1929

2) 中川ら：鋭縁ぜきの越流係数に及ぼすせき高影響，土木学　会関西支部，1966

3)Cox : The submerged weir as a measuring device, Bulletin of the University of Wisconsin,1928