

中電技術コンサルタント株式会社 正会員 ○金氏裕也  
 鳥取大学大学院 正会員 谷口朋代  
 鳥取大学大学院 正会員 小野祐輔

## 1. はじめに

構造物、地盤の応答は互いに影響を及ぼす。この影響を地盤と構造物の相互作用と呼ぶ。相互作用は地盤-構造物系全体の応答に影響を及ぼすので、動的相互作用を考慮して地盤と構造物の動的解析を行う必要があることが知られている。

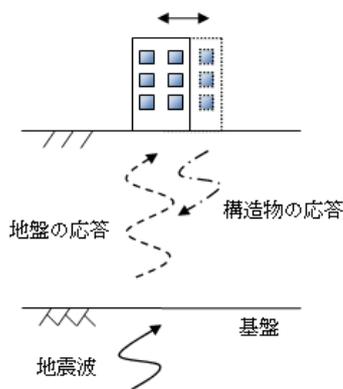


図1 地盤-構造物の動的相互作用

## 2. 本研究での動的相互作用の解析方法

本研究では、図2に示す根入れのない基礎をもつ構造物と地盤の動的相互作用を解析する。 $z, u_g$  はそれぞれ地動、地盤の応答である。このとき、地盤のみの場合の応答が破線で表され、基礎および構造物がある状態の地盤の応答が実線で表されている。動的相互作用は地盤だけの場合の応答を基準位置と考え、そこからの相対応答量  $u_i$  を考えればよい。相対応答量は構造物が存在することにより生じる値であるので、これは構造物の応答により励起される地盤の応答である。また、構造物と地盤をバネ-質点系に置換して離散系モデルとして取扱うので、各質点における運動方程式の各項に相当する質量、減衰定数、バネ定数を適当に決める必要がある。質量、減衰定数、バネ定数を決めることができれば構造物と地盤の動的相互作用の解析は可能となる。

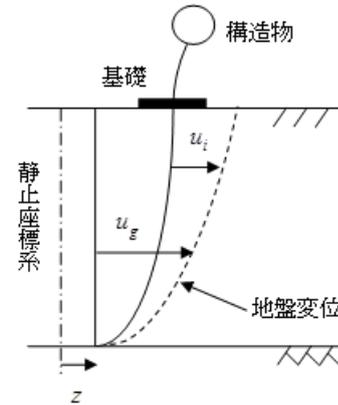


図2 地盤-構造物の動的相互作用

## 3. 本研究で用いるモデル

構造物と地盤をバネ-質点系で表すことが可能なら、連成系での動的相互作用を考えることは簡単になる。そこで、動的相互作用の解析を可能にするために、図2に示す考え方をバネ-質点系モデルで表す。

地動加速度  $\ddot{z}$  が入力された場合の二自由度バネ-質点系モデルと運動方程式をそれぞれ図3と式(1)に示す。

$$\begin{cases} M_s(\ddot{u}_s + \ddot{z}) + K_s(u_s - u_g) = 0 \\ M_g(\ddot{u}_g + \ddot{z}) - K_s u_s + K_g(u_s + u_g) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

ここに、 $M_s, K_s$ : 構造物の質量、バネ係数、 $M_g, K_g$ : 地盤の質量、バネ係数である。本研究で用いるモデルは図3に示すモデルに動的相互作用を加えたものである。すなわち、構造物の応答に励起される地盤の応答  $u_i$  を別のモデルで解析させ、図3に示すモデルに  $u_i$  の影響を与えればよい。動的相互作用を含むバネ-質点系モデルと運動方程式を図4と式(2)に示し、慣性力とバネの復元力を記したものを図5に示す。

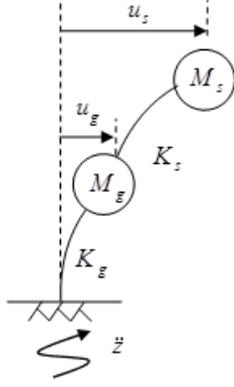


図3 二自由度バネ-質点系

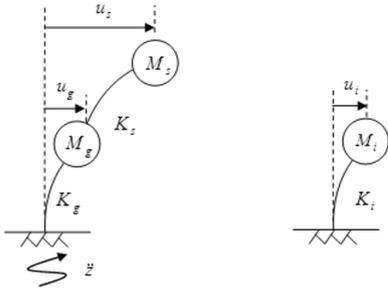


図4 動的相互作用を含むバネ-質点系モデル

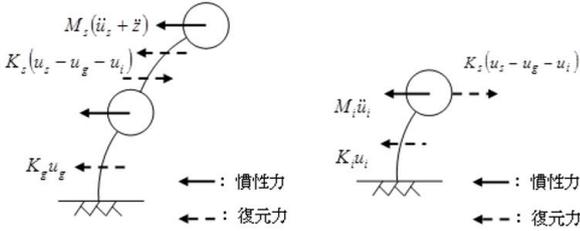


図5 動的相互作用を含むバネ-質点系モデル

$$\begin{cases} M_s(\ddot{u}_s + \ddot{z}) + K_s(u_s - u_g - u_i) = 0 \\ M_g(\ddot{u}_g + \ddot{z}) + K_g u_g - K_s(u_s - u_g - u_i) = 0 \\ M_i \ddot{u}_i + K_i u_i - K_s(u_s - u_g - u_i) = 0 \end{cases} \quad (2)$$

ここに  $M_i, K_i$ : 構造物の応答によって励起される地盤の質量(以下、有効質量と呼ぶ)、バネ係数(以下、相互作用バネ係数と呼ぶ)である。図5の  $u_s - u_g - u_i$  は図2

の  $u_g - u_i$  に相当する。すなわち相対応答量を含んだモデルとなっている。相対応答量を求めるために図5に

示す構造物からの応答が入力される地盤のモデルを考える。構造物からの応答としてバネの復元力

$K_s(u_s - u_g - u_i)$  を入力している。図5の関係より構造物と地盤の動的相互作用の解析は可能となる。しかし、これは有効質量、相互作用バネ係数が既知である場合に成立するので、有効質量、相互作用バネ係数が未知の場合では解析は不可能である。本研究は地盤の有効質量を求めることを目的とする。

#### 4. 有効質量の概要

本研究では動的相互作用を図4に示す一自由度バネ-質点系モデルで解析することを考えている。構造物の応答によって励起される地盤をモデル化しているので、そのモデルに付随している質量も構造物の応答に起因して形成されるものと考えられる。解析を可能にするためには、構造物の応答によって励起される地盤の質量を求める必要がある。本研究ではこの地盤の質量を有効質量と呼び、定量化を行う。

#### 5. 有効質量の算出方法

有効質量の定義について考察する。図6に示す構造物からの反力  $\gamma(t)$  が地表面に入力された場合を考える。簡単のため、質量のない剛な基礎を考えているので構造物の応答は基礎を通じ、そのまま地盤に入力される。 $\gamma(t)$  によって基礎直下の地盤には加速度  $\ddot{u}_s(t)$  が生じる。地盤内の任意の位置での加速度を  $\ddot{u}(x, y, t)$  とし、 $\ddot{u}_s(t)$  との比

$$\mu(x, y, t) = \frac{\ddot{u}(x, y, t)}{\ddot{u}_s(t)} \quad (3)$$

をとると、これは構造物からの反力による基礎直下の地盤と、任意の位置の地盤がどの程度一緒に運動しているかを表す。構造物と基礎は剛結していると仮定すると、有効質量は基礎と運動を同一にする地盤の質量である。加速度比  $\mu(x, y, t)$  を用いると有効質量は、

$$M_i = \rho \int_v \frac{\ddot{u}(x, y, t)}{\ddot{u}_s(t)} dv \quad (4)$$

と表すことができる。ここに  $\rho$  は地盤の密度、 $v$  は地盤全体の体積である。上述では加速度比から有効質量を求めたが、速度比、変位比から求めても同じ値になるはずである。また、地盤内の任意の位置での加速度

は弾性波動論を適用して求める。

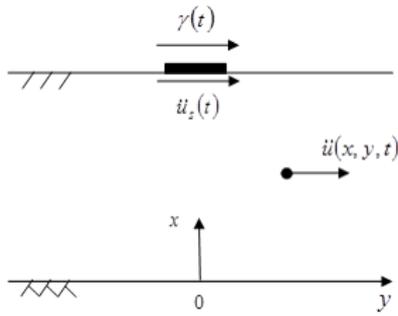


図 6 地盤内の応答

## 6. 地盤内応答の導出

有効質量を算出するには、地盤内の任意の位置での応答を求める必要がある。本検討では、二次元波動方程式で記述される深さ  $H$  の静止状態の半無限地盤の表面に衝撃力が作用した場合の地盤の応答を求める。

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) u(x, y, t) = -\delta(x-H)\delta(y)\delta(t) \quad (5)$$

ここに、 $c^2 = G/\rho$ 、 $\rho$  は地盤の密度、 $G$  は地盤のせん断弾性係数である。本検討で考慮すべき境界条件と初期条件を次式に示す。

$$\text{境界条件 : } \begin{cases} \frac{\partial u(H, y, t)}{\partial x} = 0 \\ u(0, y, t) = 0 \end{cases} \quad (6)$$

$$\text{初期条件 : } \begin{cases} u(x, y, 0) = 0 \\ \frac{\partial u(x, y, 0)}{\partial t} = 0 \end{cases} \quad (7)$$

式(6),(7)の条件を用いて式(5)を解くと次式となる。

$$u(x, y, t) = \frac{c}{H} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \sin\left(\frac{\omega_n x}{c}\right) J_0\left(\frac{\omega_n}{c} \sqrt{c^2 t^2 - y^2}\right) \quad (8)$$

ただし、解の範囲は  $c^2 t^2 \geq y^2$  であり、範囲外は 0 となる。また、 $J_0$  は 0 次の Bessel 関数である。

ここで、式(8)に具体的な数値を代入して変位の分布を求める。解析には表 1 に示す諸元を持った地盤を考える。図 8,9 はそれぞれ、2 秒後 6 秒後のときの  $x-y$  平面における応答分布を示している。図 10 より同円周上の応答は一様ではなく、 $x$  方向の応答が大き

いことが分かる。これは  $x$  方向に関しては、 $x=0$  で基盤に達して反射する条件が与えられているが、 $y$  方向に関しては応答が反射する条件は与えられていないことにより、応答が一様にならなかったと考えられる。 $x$  方向に関する境界条件に  $y$  方向と同様の条件を用い

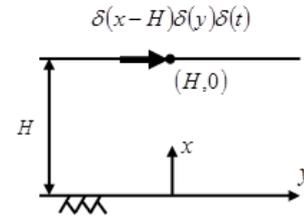


図 7 地盤モデル

表 1 地盤条件

波速 $c$ (m/s)	1.0
密度 $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	1000
せん断弾性係数 $G$ (N/m <sup>2</sup> )	1000
深さ $H$ (m)	10.0

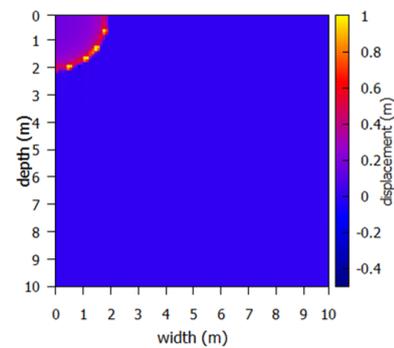


図 8 2 秒後の  $x-y$  平面における変位応答

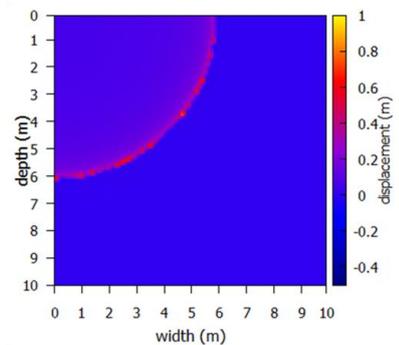


図 9 6 秒後の  $x-y$  平面における変位応答

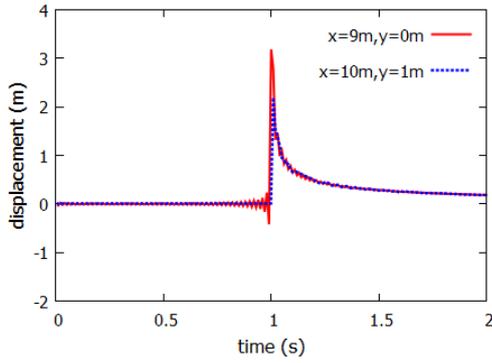


図 10 1 秒後の任意の位置における変位応答

れば、応答は等方性をもつことが考えられる。また式(8)より、変位は  $t=0$  秒であっても値をもつがこれは外力として衝撃力を与えているので当然である。

地表面に衝撃力を作用した場合の二次元地盤の応答は、物理的観点から見て起こり得る現象を表している。よって、二次元地盤の有効質量の算定には式(8)を用いて行うことにする。

## 7. 有効質量の導出

加速度を用いた場合の有効質量の定義式は式(4)で表されるが、変位を用いても同じ結果を得ることは前述の通りである。そこで変位に着目して有効質量を求める。

$$M_i = \rho \int_{vu} \frac{u(x, y, t)}{u(H, 0, t)} dv \quad (9)$$

式(8)を式(9)に代入すると、

$$M_i = \rho c^2 \frac{\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\omega_n^2} \sin(\omega_n t)}{\sum_{n=0}^{\infty} J_0(\omega_n t)} \quad (10)$$

となり、これが有効質量である。ここで、式(10)に表1に示す諸元を代入して有効質量を求める。図11は基盤までの深さを変化させたときの1秒後の有効質量を示している。図11より有効質量は深さが60mで最大となり、60m以上は緩やかな減少傾向にある。式(8)より深さ方向に関する項は、 $\sin$ 関数で表されるので、有効質量は地盤が深くなるほど大きくなる。60mを境に有効質量が減少傾向にあるのは、幅方向からの拘束がはたっているからだと考えられる。実際は、無限深さでは応答が0になると考えられるので、有効質量は存

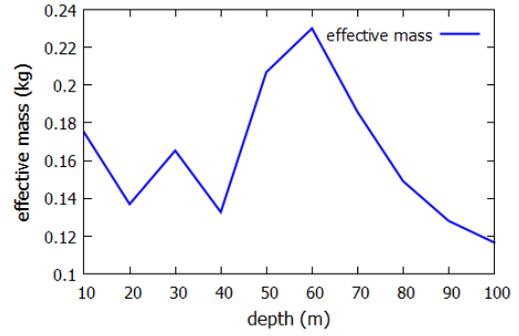


図 11 1 秒後の  $x$ - $y$  平面における変位応答

在しない。したがって、式(10)で表される有効質量は、実際の現象に近いと考えられる。

## 7. まとめ

本研究で得られた結果を、以下に示す。

1. 変位は同円周上で一様ではなく、 $x$ 方向の応答が大きくなった。これは $x$ 方向に関しては、 $x=0m$ で基盤に達して反射する条件が与えられているが、 $y$ 方向に関しては応答が反射する条件は与えられていないことにより、応答が一様にならなかったと考えられる。
2. 変位は  $t=0$  秒であっても値をもつがこれは外力として衝撃力を与えているので当然である。
3. 有効質量は深さが60mで最大となり、60m以上は緩やかな減少傾向にあることが分かった。実際は、無限深さでは応答が0になると考えられるので、有効質量は存在しない。したがって、求めた有効質量は、実際の現象に近いと考えられる。

## 参考文献

- 1) 土岐 憲三, 小松 昭雄: 井筒基礎の地震応答解析に関する研究, 土木学会論文報告集 281 1979.1
- 2) 土岐 憲三: 新体系土木工学 11 構造物の耐震解析, 技報堂出版株式会社, pp181-227 1981.4
- 3) M.R.Spiegel: マグロウヒル大学演習シリーズ ラプラス変換, マグロウヒル好學社, 1965.1
- 4) 今村 勤: 物理とフーリエ変換, 岩波書店, pp31-41 1976.11