

## 1. はじめに

地震時には、平底円筒貯槽（以下、タンクと略称する）の底板の一部が三日月状に浮き上がる現象が確認されており、側板の座屈、底板隅角部の塑性変形、亀裂などを引き起こすと考えられている。タンク底板の浮き上がり挙動は、バルジング振動により誘発された転倒モーメントがタンクの自重による抵抗モーメントを上回ることによってタンクがロッキング振動しタンク底板の一部が三日月状に浮き上がると考えられているが、これを簡易的に解析する手法はない。そこで本研究では、基礎上に置かれたアンカーのないタンクの底板が三日月状に浮き上がる時の応答を特徴付ける3つの物理量、タンク底板の浮き上がり角加速度、バルジング応答加速度、そしてベースシアアを、加速度応答スペクトルから読んだ加速度応答の最大値を用いて簡易に算定する手法の開発を試みた。

## 2. 角加速度とバルジング応答加速度の簡易算定式の導出

本研究では、タンクのロッキング方向の運動方程式とバルジング方向の運動方程式を導出した後に、加速度応答スペクトルから読んだ加速度応答の最大値を用いてタンクの浮き上がり加速度、バルジング応答加速度、ベースシアアを求める簡易式を導出した。本研究では、これらの運動方程式を導出するために図1に示すような上層質点と下層質点がバネで繋がれた力学モデル（以下、3DOFモデル）を用いた。そして、タンクのロッキングと3DOFのそれとの力学的類似性と工学的判断に基づき、以下に示す運動方程式を得る。

### タンクのロッキング方向の運動方程式

$$\begin{aligned} & \left\{ m_{rb} (x_1^2 + 2x_1 R_{rb} \sin \alpha_{rb}) + (I_{rf} + I_{sh} + I_{bpUL} + I_r) \right. \\ & \quad \left. + (m_{rf} R_{rf}^2 + m_{sh} R_{sh}^2 + m_{bpUL} R_{bpUL}^2 + m_r R_r^2) \right\} \ddot{\theta} \\ & - m_b \ddot{x}_1 R_b \cos \alpha_b + 2m_{rb} \dot{x}_1 \dot{\theta} (x_1 + R_{rb} \sin \alpha_{rb}) \\ & - \left\{ m_{rf} R_{rf} \cos(\alpha_{rf} - \theta) + m_{sh} R_{sh} \cos(\alpha_{sh} - \theta) \right. \\ & \quad \left. + m_{bpUL} R_{bpUL} \cos(\alpha_{bpUL} - \theta) \right. \\ & \quad \left. + m_{bpNUL} R_{bpNUL} \cos(\alpha_{bpNUL} - \theta) \right\} \ddot{x}_2 \\ & + \left\{ m_{rf} R_{rf} \sin(\alpha_{rf} - \theta) + m_{sh} R_{sh} \sin(\alpha_{sh} - \theta) \right. \end{aligned}$$

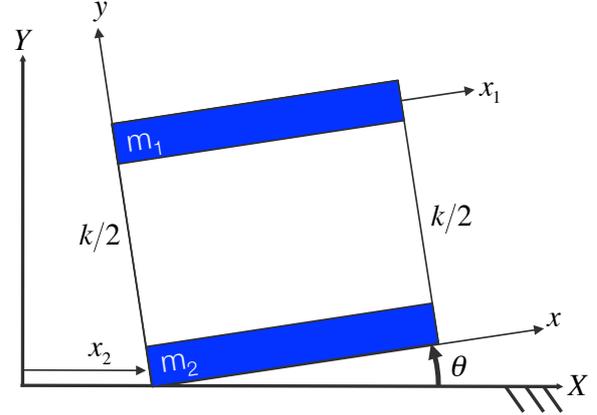


図1 タンクの力学モデル (3DOFモデル)

$$\begin{aligned} & + m_{bpUL} R_{bpUL} \sin(\alpha_{bpUL} - \theta) + m_r R_r \sin(\alpha_r - \theta) \} g \\ & - m_b \ddot{x}_2 \left\{ R_b \cos(\alpha_b - \theta) + x_1 \sin \theta \right\} \\ & - \left[ m_b \left\{ R_b \cos(\alpha_b - \theta) + x_1 \sin \theta \right\} \right] \ddot{z}_H \\ & - \left[ \left\{ m_{rf} R_{rf} \cos(\alpha_{rf} - \theta) + m_{sh} R_{sh} \cos(\alpha_{sh} - \theta) \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + m_{bpUL} R_{bpUL} \cos(\alpha_{bpUL} - \theta) \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + m_{bpNUL} R_{bpNUL} \cos(\alpha_{bpNUL} - \theta) \right\} \right] \ddot{z}_H = 0 \end{aligned} \quad (1a)$$

### タンクのバルジング方向の運動方程式

$$\begin{aligned} & m_b \ddot{x}_1 - m_{rb} R_{rb} \ddot{\theta} \cos \alpha_{rb} + m_b g \sin \theta - m_{rb} (x_1 + R_{rb} \sin \alpha_{rb}) \dot{\theta}^2 \\ & + kx_1 + m_b \ddot{x}_2 \cos \theta + m_b \ddot{z}_H \cos \theta = 0 \end{aligned} \quad (1b)$$

ここで、 $m_b$ :バルジング時の有効液質量、 $m_{rb}$ :ロッキング-バルジング相互作用時の有効液質量、 $m_r$ :ロッキング時の有効液質量、 $R_{rb}$ :回転軸Oから $m_{rb}$ の重心までの距離である。(1)式に加速度応答スペクトルから読んだ加速度応答の最大値を代入して次式を得る。

### 簡略化したタンクのロッキング方向の運動方程式

$$\begin{aligned} & \left\{ m_{rb} x_1 D + (I_{rf} + I_{sh} + I_r) + (m_{rf} R_{rf}^2 + m_{sh} R_{sh}^2 + m_r R_r^2) \right\} \ddot{\theta} \\ & - m_b H_b \left\{ S_{AH}^{ratio}(T_b, h) \cdot (\ddot{z}_H)_{\max} \right\} + (m_{rf} + m_{sh} + m_r) g D / 2 \\ & - \left\{ (m_{rf} H_{rf} + m_{sh} H_{sh}) \cdot (\ddot{z}_H)_{\max} \right\} = 0 \end{aligned} \quad (2a)$$

### 簡略化したタンクのパルジング方向の運動方程式

$$m_b \left\{ S_{AH}^{ratio}(T_b, h) \cdot (\ddot{z}_H)_{\max} \right\} - m_{rb} H_{rb} \ddot{\theta} + kx_1 = 0 \quad (2b)$$

(2a)(2b)式は  $x_1$  と  $\ddot{\theta}$  に関する連立方程式であるので、それを解いて角加速度とパルジング応答加速度の簡易式を得る。

### 角加速度の簡易算定式

$$\ddot{\theta} = \frac{1}{2C_A} \left( -C_B \pm \sqrt{C_B^2 - 4C_A C_C} \right) \quad (3)$$

ここで、 $C_A$ 、 $C_B$ 、 $C_C$ は次式となる。

$$C_A = \frac{DH_{rb} m_{rb}^2 T_b^2}{4\pi^2 m_b}$$

$$C_B = \left[ \left\{ (I_{rf} + I_{sh} + I_r) + (m_{rf} R_{rf}^2 + m_{sh} R_{sh}^2 + m_r R_r^2) \right\} - \left\{ \frac{Dm_{rb} T_b^2}{4\pi^2} S_{AH}^{ratio}(T_b, h) \cdot (\ddot{z}_H)_{\max} \right\} \right]$$

$$C_C = \left[ (m_{rf} + m_{sh} + m_r) g D / 2 - \left\{ m_b H_b S_{AH}^{ratio}(T_b, h) + (m_{rf} H_{rf} + m_{sh} H_{sh}) \right\} (\ddot{z}_H)_{\max} \right]$$

ここで、 $S_{AH}^{ratio}(T_b, h)$  : 加速度応答倍率、 $D$ :タンク直径、 $T_b$  : タンク固有周期である。

### パルジング応答加速度の簡易算定式

$$S_{AH}' = \left\{ S_{AH}^{ratio}(T_b, h) \cdot (\ddot{z}_H)_{\max} \right\} - \frac{m_{rb}}{m_b} H_{rb} \ddot{\theta} \quad (4)$$

### 3. ベースシアーの簡易算定式の導出

タンク底板と基礎上面の間に生じる水平方向の反力（以下、ベースシアーと呼ぶ）の簡易算定式を導出する。まず、図1に示す3DOFモデルの上層質点と下層質点に生じる力の釣り合いより、3DOFモデルのベースシアーは次式となる。

### 3DOFモデルの反力式（ベースシアー）

$$R_x = \frac{1}{2} m_b g \sin 2\theta - m_{rb} R_{rb} \dot{\theta}^2 \sin(\alpha_{rb} + \theta) - m_{rb} R_{rb} \ddot{\theta} \cos(\alpha_{rb} + \theta) + (m_{rf} + m_{sh} + m_{bpUL} + m_{bpNUL}) \cdot \left\{ g \sin 2\theta + (\ddot{x}_2 + \ddot{z}_H) \cos 2\theta \right\} + m_{rb} \left( 2\dot{x}_1 \dot{\theta} \sin \theta + x_1 \ddot{\theta} \sin \theta - x_1 \dot{\theta}^2 \cos \theta \right) + m_b \ddot{z}_H \cos 2\theta + m_b \ddot{x}_1 \cos \theta - \left( m_{rf} R_{rf} \cos \alpha_{rf} + m_{sh} R_{sh} \cos \alpha_{sh} + m_{bpUL} R_{bpUL} \cos \alpha_{bpUL} + m_r R_r \cos \alpha_r \right) (\ddot{\theta} \cos \theta + \dot{\theta}^2 \sin \theta)$$

$$+ (m_{rf} R_{rf} \sin \alpha_{rf} + m_{sh} R_{sh} \sin \alpha_{sh} + m_{bpUL} R_{bpUL} \sin \alpha_{bpUL} + m_r R_r \sin \alpha_r) (\ddot{\theta} \sin \theta - \dot{\theta}^2 \cos \theta) \quad (5)$$

そして、(5)式に用いられている3DOFモデルの物理量を工学的判断に基づき、タンクの物理量に置き換えることでタンクのベースシアーを得る。この式に、実際のタンクで起こりうる条件を与えることでベースシアーの簡易算定式を得る。

### ベースシアーの簡易算定式

$$R_x = \left\{ m_b S_{AH}' + (m_{rf} + m_{sh} + m_{bpNUL}) \cdot (\ddot{z}_H)_{\max} \right\} - \left( m_{rb} H_{rb} + m_{rf} H_{rf} + m_{sh} H_{sh} + m_r H_r \right) \ddot{\theta} \quad (6)$$

### 4. 解析条件

式(3)~(5)の簡易算定式に、実際のタンクの諸元を与えて応答を特徴付ける物理量を求める。解析に用いたタンクの諸元は、動的陽解法を用いて時刻歴でタンクの浮き上がり挙動を解析した Hayashi<sup>1</sup>らと同じとした(図2参照)。タンクの基礎に最大地震水平加速度  $|\ddot{z}_h|_{\max} = 1.6970 \text{ m/s}^2$  を入力し、底板の1~2%が浮き上がったとして解析した。また、タンクの内容液の有効液質量は片山<sup>2</sup>が導出した値を用いた。解析条件は、以下に示すCase1~Case3の3通りとする。

Case1 : 底板が固定されている場合（浮き上がり無し）

Case2 : 底板が1~2%浮き上がる場合

Case3 : 底板が1~2%浮き上がる。さらに、見かけ上減衰が大きくなり加速度応答倍率が2/3に低下したと仮定する。

Hayashi らの研究によると、底板の固定度の違いにより側板の変位応答に差が生じることが確認されている。その原因は不明であるが、本研究では見かけ上減衰が大きくなったとして加速度応答倍率を単に2/3倍した。

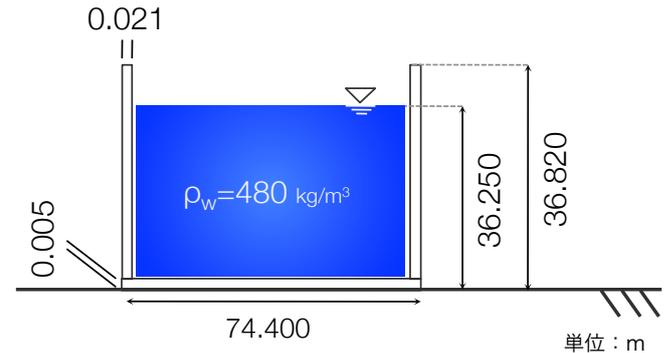


図2 解析に用いたタンクの概要

## 5. 解析結果

Hayashi らの解析結果の中から、一般的な LNG タンクに使用されるスティフナより剛性の高い Higher Stiffener と、さらに剛性の高い Rigid Stiffener の結果を目標値 1a, 目標値 1b とした。その理由は、本研究で導出した簡易式に用いるタンクの内容液に関する物理量が、剛な側板の仮定の下導出されているからである。併せて実際の LNG タンクに用いられる普通のスティフナの解析結果を目標値 2 (Basic Stiffener) として記載した。本研究の解析結果と、Hayashi らの時刻歴応答解析 (底板が 1~2% 浮き上がった場合) の物理量の最大値の結果を表 1 に示す。

## 6. 考察

一般的に、ロッキング-バルジング相互作用によりバルジング応答とベースシアアが低下することが知られている<sup>3</sup>。Hayashi らの研究では、実際のタンクの底板が直径に対して 1~2% 浮き上がることで、底板が浮き上がらない場合と比べて、ベースシアアが約 25% 低下することを示している。このような観点から表 1 の Case2 (底板が 1~2% 浮き上がる) を見ると、Case1 (浮き上がり無し) に対して、Case2 (底板が 1~2% 浮き上がる) ではバルジング応答加速度は、約 1.7~2.2% 低下し、ベースシアアは約 8.7~11.1% 低下している。これより、バルジング応答加速度とベースシアアの簡易算定式は、実際の底板浮き上がり時の各物理量の傾向を再現できていると考えられる。

表 1 の Case2 と目標値 1a, 目標値 1b を比較すると本研究の簡易算定式で求めた各物理量が、目標値 1a, 目標値 1b の各物理量より大きくなっていることが分かる。具体的に、角加速度は約 1.8~3.6 倍、バルジング応答加速度は約 1.9 倍、ベースシアアは約 1.5~1.6 倍大きくなった。

表 1 の Case3 と目標値 1a, 目標値 1b を比較すると、角加速度は約 3.4~3.6 倍、バルジング応答加速度は約 1.2 倍、ベースシアアは約 0.9 倍となった。これより、見かけ上減衰が大きくなり加速度応答倍率が低下すると、角加速度を除き、バルジング応答加速度、ベースシアアは、Case2 より目標値 1a, 目標値 1b の値に近づいた。さらに、目標値 2 のこれらの値に近づくことが確認できた。

## 7. 側板の変形を考慮する係数の提案

本研究で求めた簡易算定式は、概ね実際のタンクに生じる力学現象を再現できている。しかし、依然として Hayashi らの解析結果と差が生じている。この理由として、側板の花

弁状の変形による影響が考えられる。図 3 に示すように、実際のタンクでは、バルジング振動するとき側板がタンク直径方向へ花弁状に変形する。一方、中島<sup>4</sup>によれば、タンクの変形は長さを合わすように生じるため、側板の面外方向の変形は底板の浮き上がりを助長する。このため、側板の変形の影響を簡易算定式に取り入れることができれば、実際のタンクの応答により近い値を算定できると考えられる。ここで (4) (6) 式に対する考察からバルジング応答加速度、ベースシアアの値を低下させるためには、角加速度を増加すれば良い。そこで、側板の変形が角加速度に及ぼす影響を係数として表し、この係数を角加速度に乗ずる。ここでは、この係数を側板変形係数  $C_{stiff}$  と呼ぶことにする。この変形係数は、側板変形に伴い増加する係数である。この側板変形係数  $C_{stiff}$  を用いて簡易算定式を書き直すと、以下のように表すことができる。

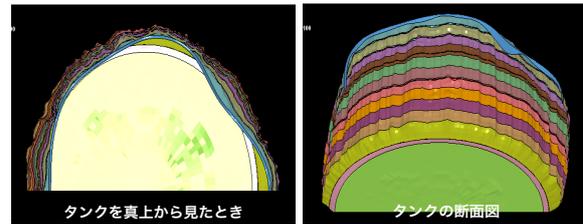


図 3 側板の変形が生じるときの様子

### 側板変形を考慮した角加速度の簡易算定式

$$\ddot{\theta}_{stiff} = C_{stiff} \left\{ \frac{1}{2C_A} \left( -C_B + \sqrt{C_B^2 - 4C_A C_C} \right) \right\} \quad (7)$$

### 側板変形を考慮したバルジング応答加速度の簡易算定式

$$S'_{AH\_stiff} = \left\{ S_{AH}^{ratio}(T_b, h) \cdot (\ddot{z}_H)_{max} \right\} - \frac{m_{rb}}{m_b} H_{rb} \ddot{\theta}_{stiff} \quad (8)$$

### 側板変形を考慮したベースシアアの簡易算定式

$$R_X = \left\{ m_b S'_{AH\_stiff} + (m_{rf} + m_{sh} + m_{bpNUL}) \cdot (\ddot{z}_H)_{max} \right\} - (m_{rb} H_{rb} + m_{rf} H_{rf} + m_{sh} H_{sh} + m_r H_r) \cdot \ddot{\theta}_{stiff} \quad (9)$$

本研究では、この側板変形係数の物理的定義については言及せず単に角加速度の比として与えた。見かけ上減衰が大きくなり加速度応答倍率が低下したと仮定した Case 3 では、角加速度を除き、バルジング応答加速度、ベースシアアは目標値

2を良く近似している。そこで、目標値2の角加速度を目標とし、Case3の角加速度が、目標値2の角加速度になるよう、側板変形係数  $C_{stiff}$  を計算した結果、側板変形係数は  $C_{stiff} = 0.42$  となった。側板変形係数を考慮した Case3の結果を、Case3 $\alpha$ として表1に示す。さらに、Case3とCase3 $\alpha$ を目標値2と比較したものを、表2に示す。表2より、側板変形係数を考慮したCase3 $\alpha$ では、目標値2と比べてバルジング応答加速度が約1.1倍、ベースシアアが約1.2倍となり、すべての物理量が実際のタンクの値に近づいた。これらのことより、実タンクの角加速度、バルジング応答加速度、ベースシアアを算定するためには側板の影響を看過できな

いことが分かった。

### 8. まとめ

本研究では、加速度応答スペクトルから読んだ加速度応答の最大値を用いてタンク底板の浮き上がり角加速度、バルジング応答加速度、ベースシアアを求める簡易式を導出した。簡易式で求めた結果を、3次元FEM解析の時刻歴の最大値と比較すると、概ね実際のタンクの浮き上がり時に生じる物理量を算定できることが分かった。また、実タンクの応答を近似するためには、側板の変形の影響を取り入れることが不可欠であることを示した。

表1 本研究の解析結果とHayashiらの結果

		角加速度 Rad/s <sup>2</sup>	バルジング応答加速度 m/s <sup>2</sup>	ベースシアア N
Hayashiらの解析結果 (底板が1~2%浮き上がる)	目標値1a : Rigid Stiffener :	0.016	2.165	9.642E+07
	目標値1b : Higher Stiffener	0.027	2.163	8.820E+07
	目標値2 : Basic Stiffener	0.041	2.426	8.420E+07
本研究の解析結果	Case1 (底板の浮き上がり無し)	0.000	4.101	1.707E+08
	Case2 (底板が1~2%浮き上がる)	0.049~0.058	4.009~4.030	(1.518~1.558)+08
	Case3 (底板が1~2%浮き上がる)	0.091~0.097	2.582~2.604	(8.336~8.745)E+07
	Case3 $\alpha$ (底板が1~2%浮き上がる)	0.041	2.670	1.015E+08

表2 側板変形係数を考慮した場合の結果

	角加速度	バルジング応答加速度	ベースシアア
Case3と目標値2	3.4~3.6倍	1.2倍	0.9倍
Case3 $\alpha$ と目標値2	1.0倍	1.1倍	1.2倍

倍率：本研究の結果/Hayashiらの結果

### 参考文献

1. Shoichiro Hayashi, Tomoyo Taniguchi, Akira Umeda, Hisayuki Yamada, Takumi Kawasaki, Hitoshi Nagahara : A STUDY OF FLUID-STRUCTURE COUPLED ANALYSIS FOR LARGE LNG STORAGE TANKS IN CONSIDERATION OF UPLIFT
2. 片山幸宏, 円筒タンク底板浮き上がり時の回転直交断面に生じる衝撃圧に基づく有効液質量に関する研究, 鳥取大学卒業論文, 2013
3. T.Taniguchi : Rocking dynamics of unanchored model flat-bottom cylindrical shell tanks subjected to harmonic excitation, Journal of Pressure Vessel Technology, ASME Vol 127 No.4, PP373-386, 2005
4. 中島照浩, 平底円筒貯槽の地震時浮上り挙動の半解析的有限要素法に基づく静的有限変位解析に関する研究, 2012