

トッピング崩壊に対する斜面の安定性に関する研究

鳥取大学大学院 学 平松 大周, ○栢野 伸也, 上田 洋
鳥取大学大学院 正 西村 強, 中村 公一

1. はじめに

岩盤斜面の崩壊形態は、崩落現象（落石・ブロック崩壊）、すべり崩壊、トッピング（toppling；転倒）崩壊、バックリング（buckling；座屈）崩壊に分けられることがある．このうち、トッピング崩壊は垂直に近い節理の卓越した斜面あるいは高角度の差し目を有する斜面等でしばしば発生しており、斜面自体のみならず、斜面付近の構造物等に多大な影響を及ぼしている（越前海岸(1990)、ムザハラバード(2005))．トッピングは、たわみ性トッピングとブロックトッピングに分類され、前者は斜面表面側にたわみ、引張破壊を伴って崩壊する形態である．本研究では、極限平衡法を用いたトッピング崩壊、特にたわみ性トッピング崩壊に対する斜面の安定計算式の導出する．この過程では岩石材料の引張強度に注目するとともに、地震時を想定した水平外力を考慮している．

2. トッピング崩壊に対する安定計算式の導出

たわみ性トッピングは、特に、図-1 で示すような柱状の節理が発達した斜面で観察される場合が多い．このような柱状節理が発達した斜面を考える場合には、片持ちばりを用いた考察が有効と考えられる．図-2 に示す片持ちばりモデルを考える．片持ちばりに示す O 点で発生する引張応力は

$$\sigma_x = -\frac{N}{A} + \frac{M}{I}y \quad (1)$$

ここに、 N ：垂直方向力、 A ：断面積、 M ：曲げモーメント、 I ：断面二次モーメント、 y ：中立軸からの距離とする．高さ h 、幅 t 、傾斜角 α とするとき、重力の傾斜面に対する垂直方向成分を N 、平行方向成分を S とすると式(1)は

$$\sigma_x = -\frac{N}{t} + \frac{S \cdot \frac{h}{2} \cdot \frac{t}{2}}{I} \quad (2)$$

ここに、

α ：片持ちばりの傾斜角

$$N = W \cos \alpha$$

$$S = W \sin \alpha$$

$$I = (1 \cdot t^3)/12$$

次に、受け盤状の斜面モデルとして、上で述べたはりのブロックが層状に積み重なった斜面モデルを考える．図-1 に受け盤斜面モデルの模式図と i 番目のブロックに作用する力を示す．図-1 右図のブロック体に作用する力のつり合いを考えると、 i 番目のブロックの O 点に生じる応力は、式(1)より、

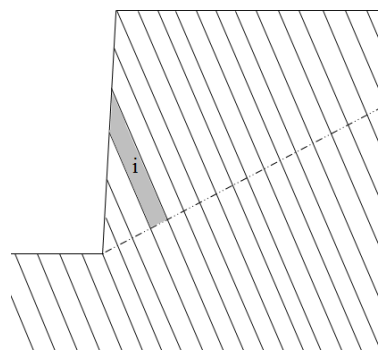


図-1 斜面モデル内の i 番目のブロックに作用する力

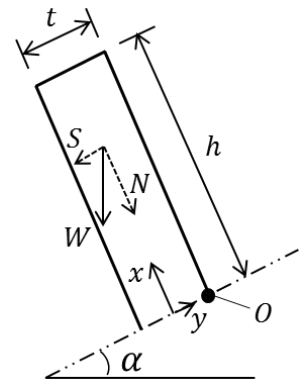


図-2 片持ちばり

$$\sigma_x^{y=\frac{t_i}{2}} = -\frac{N_i}{A} + \left\{ \frac{P_{i+1}\eta h_i + S_i \frac{\bar{h}_i}{2} - (T_{i+1} + T_{i-1}) \frac{t_i}{2} - P_{i-1}\eta h_i}{I_i} \right\} \frac{t_i}{2} \quad (3)$$

ここで、ブロック間に作用する摩擦力は、摩擦係数 μ を用いて

$$T_{i+1} = \mu P_{i+1}, \quad T_{i-1} = \mu P_{i-1} \quad (4)$$

式(3)の $\sigma_x^{y=\frac{t_i}{2}}$ が、岩石の引張強度 σ_t に達するとき、はりには引張り裂が生じることになる。

ここで、引張応力と岩石の引張強度の比を破壊接近度 FS とし、次のように定義する。

$$FS = \frac{\sigma_t}{\sigma_x^{y=\frac{t_i}{2}}} \quad (5)$$

(3) (4) 式を(5)式に代入し、 P_{i-1} について解くと、

$$P_{i-1} = \frac{P_{i+1} \left(\eta h_i - \mu \frac{t_i}{2} \right) + S_i \frac{\bar{h}_i}{2} - \frac{2I_i}{t_i} \left(\frac{\sigma_t}{FS} + \frac{N_i}{t_i} \right)}{\eta h_{i-1} + \mu \frac{t_i}{2}} \quad (6)$$

法先にあるブロックを1番目とし、上部地表面に向かって n まで番号を振る。 n 番目のブロックには自重のみが作用する($P_{n+1} = 0$)と仮定することより、 P_{n-1} が得られる。つまり、 n 番目のブロックから漸次的に P_{i-1} を求めることで、1番目ブロックに斜面表面側から作用する力 P_0 が得られる。 P_0 の正負によって斜面内の安定性を次により評価する¹⁾。

$$\begin{aligned} P_0 < 0 & \quad \text{安定} \\ P_0 = 0 & \quad \text{限界状態} \\ P_0 > 0 & \quad \text{不安定} \end{aligned}$$

2.1 既存き裂を有するモデルへの適用

図-3に示すように、き裂が生じている場合を考える。この場合、き裂先端における応力集中に伴い、き裂がない場合に比べ、岩石柱の耐荷重は小さくなり、見かけ上、強度低下が発生したようになる。き裂の影響は式(6)を用いて FS で調整することも考えられるが、見かけの引張強度を用いることになる。そこで、き裂の影響を(a)断面減少、(b)モードIき裂の応力集中、により考慮した式を導出した。

(a) 断面減少による修正

断面減少によりブロック幅が t^* となり、断面二次モーメント I は次のように変化する。

$$I = \frac{1 \cdot t^{*3}}{12} \quad (7)$$

また、 N_i, T_{i+1}, T_{i-1} によるモーメントは、回転軸が変化することから

$$-N_i \left(\frac{t}{2} - \frac{t^*}{2} \right), \quad -T_{i+1} \left(t_i - \frac{t^*}{2} \right), \quad -T_{i-1} \cdot \frac{t^*}{2} \quad (8)$$

式(3), (6)内の記号説明

N_i : 重力の α に対する垂直方向成分

S_i : 重力の α に対す平行方向成分

t_i : ブロック幅, I_i : 断面二次モーメント

α : 片持ちばりの傾斜角

P_{i+1}, P_{i-1} : $i+1, i-1$ 番目のブロックから受ける垂直力

x_i, x_{i-1} : P_{i+1}, P_{i-1} の作用位置

η : P_{i+1}, P_{i-1} の作用位置に関する係数

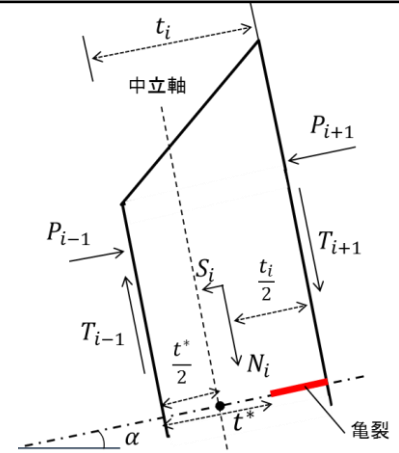
T_{i+1}, T_{i-1} : $i+1, i-1$ 番目ブロック間の摩擦力

h_i, h_{i-1} : $i, i-1$ 側のブロック高さ

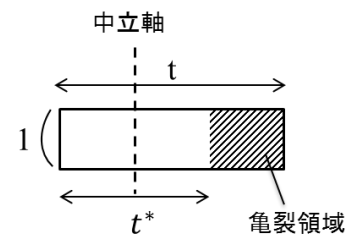
$N_i = W_i \cos \alpha, \quad S_i = W_i \sin \alpha$

$I_i = (1 \cdot t_i^3)/12, \quad \bar{h}_i = (h_i + h_{i-1})/2$

$A = t_i, \quad x_i = \eta h_i, \quad x_{i-1} = \eta h_{i-1}$



(a) 既存き裂を含むブロック



(b) ブロックの断面図

図-3 き裂を含むブロック

以上の変化を考慮して式(6)を書き換えると次式が導出される．

$$P_{i-1} = \frac{P_{i+1} \left\{ \eta h_i + \mu \left(\frac{t^*}{2} - t_i \right) \right\} + S_i \frac{\bar{h}_i}{2} - N_i \left(\frac{t_i}{2} - \frac{t^*}{2} \right) - \frac{2I_i}{t^*} \left\{ \sigma_t + \frac{N_i}{t^*} \right\}}{\eta h_{i-1} + \mu \frac{t^*}{2}} \quad (9)$$

(b) き裂先端における応力集中を考慮した式

図-4 に示すようにき裂が存在するブロックに曲げモーメントが作用する場合のき裂先端部の応力集中を考える．き裂の先端が直径 2ρ の円が接するように近似されるとき， x 軸から θ 傾いた方向で焦点 F から r の距離における応力は，応力拡大係数 K_I を用いて式(10)で表される．

$$\sigma'_x = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \frac{\rho}{2r} \cos \frac{3\theta}{2} + \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \cdot \sin \frac{3\theta}{2} \right) \quad (10)$$

$$K_I = \sigma_x \cdot \sqrt{\pi a} \cdot F(\xi) \quad (11)$$

$$F(\xi) \cong \sqrt{\frac{2}{\pi \xi} \tan \frac{\pi \xi}{2}} \frac{0.923 + 0.199 \left\{ 1 - \sin \left(\frac{\pi \xi}{2} \right) \right\}^4}{\cos \left(\frac{\pi \xi}{2} \right)}, \quad (\xi = \frac{a}{t}) \quad (12)$$

破壊接近度 FS を式(5)と同様に $FS = \sigma_t / \sigma'_x$ と定義すると

$$FS \left\{ \frac{\sqrt{\pi a} F(\xi)}{\sqrt{2\pi r}} \frac{\rho}{2r} \cos \frac{3\theta}{2} + \frac{\sqrt{\pi a} F(\xi)}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \cdot \sin \frac{3\theta}{2} \right) \right\} = \frac{\sigma_t}{\sigma'_x} \quad (13)$$

ここで左辺 = FS' とおき，式(3)のように整理すると

$$P_{i-1} = \frac{P_{i+1} \left(\eta h_i - \mu \frac{t_i}{2} \right) + S_i \frac{\bar{h}_i}{2} + S_e \frac{\bar{h}_i}{2} - \frac{2I_i}{t_i} \left\{ \frac{\sigma_t}{FS'} + \frac{N_i - N_e}{t_i} \right\}}{\eta h_{i-1} + \mu \frac{t_i}{2}} \quad (14)$$

$$FS' = \frac{\sqrt{\pi a} F(\xi)}{\sqrt{2\pi r}} \frac{\rho}{2r} \cos \frac{3\theta}{2} + \frac{\sqrt{\pi a} F(\xi)}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \cdot \sin \frac{3\theta}{2} \right)$$

2.2 水平方向の慣性力の導入

次に，水平方向の加速度が加えられる場合を考える．

これは，地震時を想定することになるが，後述する水平方向の衝撃載荷実験との対比等にも有効な定式化となる．図-5 に，水平加速度 α_h が作用する時の i 番目ブロックに作用する力を示す．ブロックの傾斜 α と平行方向の慣性力 S_e ，垂直方向の慣性力 N_e は，

$$N_e = M_i a_N = \rho t_i \bar{h}_i a_h \sin \alpha \quad (15-a)$$

$$S_e = M_i a_s = \rho t_i \bar{h}_i a_h \cos \alpha \quad (15-b)$$

また，垂直方向応力は N_e が作用するため

$$\sigma_x = \frac{N_i - N_e}{t_i} \quad (16)$$

であり，さらに， S_e による曲げモーメントが付加することより，式(6)は次のように書き換えられる．

$$P_{i-1} = \frac{P_{i+1} \left(\eta h_i - \mu \frac{t_i}{2} \right) + S_i \frac{\bar{h}_i}{2} + S_e \frac{\bar{h}_i}{2} - \frac{2I_i}{t_i} \left\{ \frac{\sigma_t}{FS} + \frac{N_i - N_e}{t_i} \right\}}{\eta h_{i-1} + \mu \frac{t_i}{2}} \quad (A)$$

同様にして，式(9)，式(14)に慣性力項を加えると式(B)，式(C)が得られる．

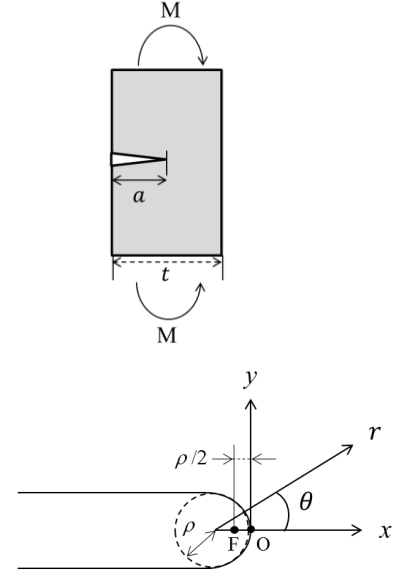


図-4 モード I き裂

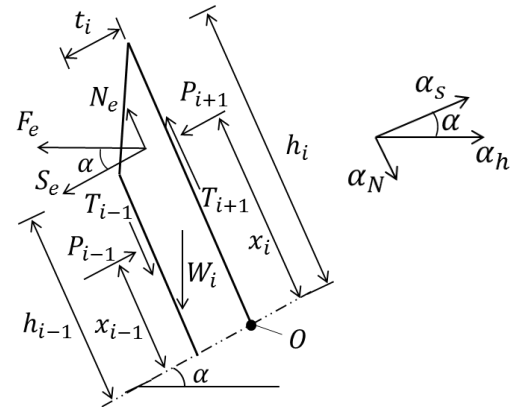


図-5 水平加速度作用時の i 番目のブロックに作用する力

$$P_{i-1} = \frac{P_{i+1} \left\{ \eta h_i + \mu \left(\frac{t_i^*}{2} - t_i \right) \right\} + (S_i + S_e) \frac{\bar{h}_i}{2} + (N_e - N_i) \left(\frac{t_i}{2} - \frac{t_i^*}{2} \right) - \frac{2I_i}{t_i^*} \left\{ \sigma_t + \frac{N_i - N_e}{t_i^*} \right\}}{\eta h_{i-1} + \mu \frac{t_i^*}{2}} \quad (B)$$

$$P_{i-1} = \frac{P_{i+1} \left(\eta h_i - \mu \frac{t_i}{2} \right) + S_i \frac{\bar{h}_i}{2} + S_e \frac{\bar{h}_i}{2} - \frac{2I_i}{t_i} \left\{ \frac{\sigma_t}{FS'} + \frac{N_i - N_e}{t_i} \right\}}{\eta h_{i-1} + \mu \frac{t_i}{2}} \quad (C)$$

$$FS' = \frac{\sqrt{\pi a} F(\xi)}{\sqrt{2\pi r}} \frac{\rho}{2r} \cos \frac{3\theta}{2} + \frac{\sqrt{\pi a} F(\xi)}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \cdot \sin \frac{3\theta}{2} \right)$$

3. 導出した安定計算式の実験結果への適用

筆者らは、水と石膏で作製した亀裂を有する柱状供試体を用いてたわみ性トップリングの模型実験を実施している。実験の詳細は、別報²⁾に譲るが、模型斜面を振動台に設置して、 F_e を極めて短時間に作用させ、そして、それを繰り返して斜面を崩壊に至らせるものである。与えた実験条件 a/t 、 α に対して、斜面が崩壊に至ったとき、模型に設置した加速度計が示した応答水平加速度倍率 $k=ah/g$ をまとめたものを図-4, 5 に示す。式(C)が、特に、斜面下部（可動台と表記）における計測値とよく一致していることがわかる。

《参考文献》

- 1) O.Aydan, T.Kawamoto : The Stability of Slopes and Underground Openings Against Flexural Toppling and Their Stabilisation : Rock Mechanics and Rock Engineering, Vol.25, No.3, pp.143-165, 1992.
- 2) 上田 洋他：トップリング崩壊に関する模型衝撃実験，平成 24 年度土木学会中国支部研究発表会投稿中。

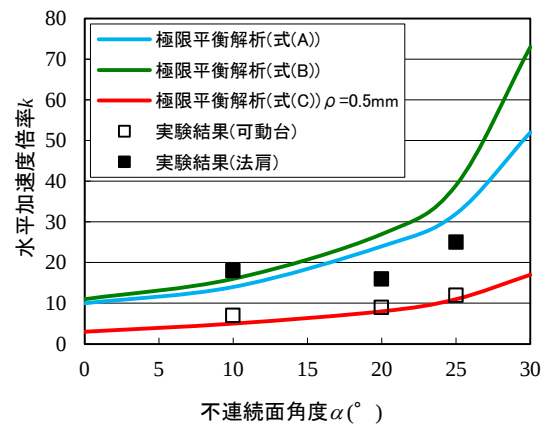


図-6：不連続面角度と水平加速度の関係

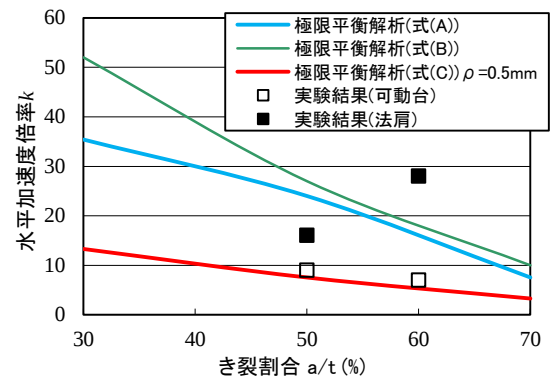


図-7：き裂割合と水平加速度の関係