

底板が三日月状に浮き上がる円筒タンクに
生じる衝撃圧の矩形タンクモデルによる推定

長崎県 学生会員 ○白崎拓実
鳥取大学大学院 正会員 谷口朋代
鳥取大学大学院 正会員 小野祐輔

1.はじめに

地震発生時の平底円筒タンク底板の浮き上がり挙動の基礎的な力学は、谷口¹⁾により明らかにされつつある。タンク底板の浮き上がり範囲を特定するには、底板浮き上がり時にタンクに作用する全ての動液圧を明らかにしなければならないが、その成分のひとつであるタンクのある下端まわりの浮き上がり角加速度によるタンクへの衝撃圧は、完全には解明されていない。

安藤²⁾は平底円筒タンクの下端に角加速度が作用し、タンク底板全体が浮き上がることでタンクに作用する衝撃圧を、円柱座標系のラプラス方程式にフーリエベッセル展開を適用して誘導した。しかしこの方法では、タンク底板の一部分しか浮き上がらないような境界条件が複雑な場合の衝撃圧を求めるのは困難である。

本研究では円筒タンクを、単位奥行きを有する矩形タンクの集合と捉えることで、地震時の平底円筒タンクの実際の挙動である底板が三日月状に浮き上がった場合の衝撃圧を求める理論式の導出を試みる。

2. 理論式の誘導

タンク底板の三日月状の浮き上がり部分の浮き上がり中心を原点として、浮き上がり加速度が作用する軸から角度 θ 傾いた面に単位奥行きの矩形タンクを設定し、速度ポテンシャルが存在すると仮定して2次元直交座標系のラプラス方程式からフーリエコサイン展開を用いて、円筒タンクの任意の面の側板と底板に作用する衝撃圧を求める。実際のタンク底板の浮き上がりの中心位置は解明されていないため、底板の浮き上がらない円部分の中心 O を浮き上がり中心とした理論式(図-2.1 参照)と、タンク底板中心 O' を浮き上がり中心とした理論式(図-2.2 参照)をそれぞれ誘導し、タンク底板の浮き上がり中心の設定の違いが衝撃圧の値に及ぼす影響について検証する。ここで、実際の底板の浮き上がり部分はたわんだように浮き上がるが、簡単のため直線近似としている。

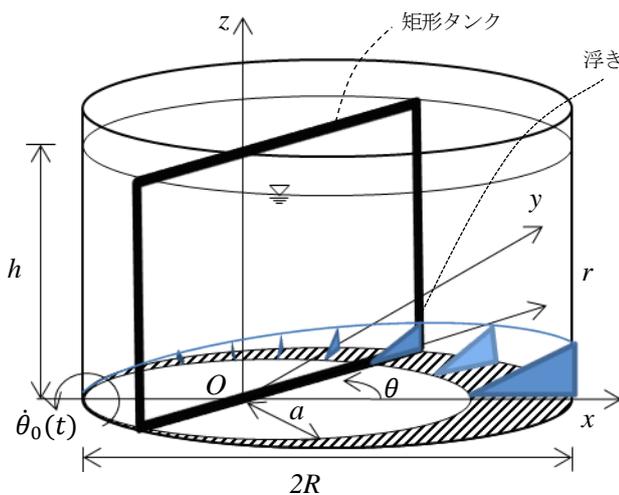


図 2.1 浮き上がらない円部分の中心 O を浮き上がり中心とした
底板が三日月状に浮き上がるタンクモデル

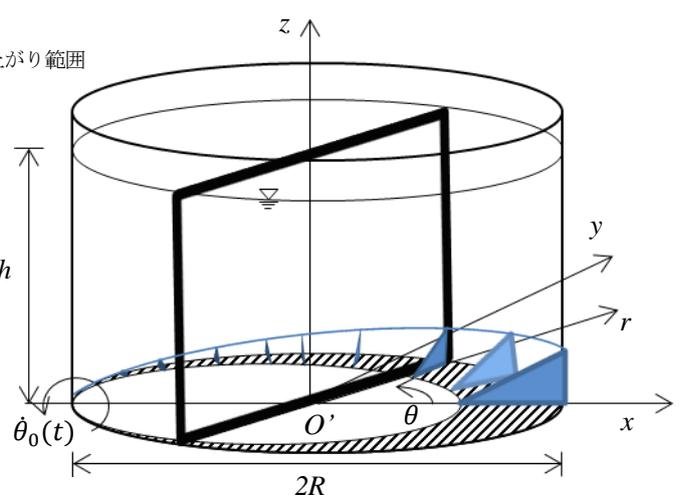


図 2.1 タンク底板中心 O' を浮き上がり中心とした
底板が三日月状に浮き上がるタンクモデル

3.理論式の誘導結果

図-3.1 に示すように、円筒タンク底板の左下端に浮き上がり角加速度が作用し、底板の浮き上がらない円部分の中心 O に向かってタンク底板が三日月状に浮き上がるとする。角加速度作用点のタンク直径方向を $\varphi = 0^\circ$ として図-3.1 のように角度をとると、 O を原点として角度 φ 傾いた断面に生じる衝撃圧は、図-3.1 のようにタンク下端を始点とする直交部分座標 (x', z') を設定すると次式で表される。

$$P(x', \varphi, z', t) = -\rho \ddot{\theta}_0(t) \left\{ \frac{1}{4} ((R-B)(1-\cos\varphi) + (R-A)(1+\cos\varphi))(z'-h) \right. \\ \left. + \frac{2}{A+B} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ D_n \sinh \frac{n\pi z'}{A+B} + E_n \cosh \frac{n\pi z'}{A+B} \right. \right. \\ \left. \left. + [1 - (-1)^n] \left(\frac{A+B}{n\pi} \right)^2 \left(z' - \frac{A+B}{n\pi} \sinh \frac{n\pi z'}{A+B} \right) \cos\varphi \right\} \cos \frac{n\pi x'}{A+B} \right\} \quad (1)$$

ここで A 、 B は原点 O からタンク側板までの距離であり、円と直線の交点までの距離として次のように表される。

$$A = \left| \frac{R-a + \cos\varphi / |\cos\varphi| \sqrt{R^2 + (2aR - a^2)\tan^2\varphi}}{(1 + \tan^2\varphi)\cos\varphi} \right| \quad (2)$$

$$B = \left| \frac{R-a - \cos\varphi / |\cos\varphi| \sqrt{R^2 + (2aR - a^2)\tan^2\varphi}}{(1 + \tan^2\varphi)\cos\varphi} \right| \quad (3)$$

また、 D_n 、 E_n は次式となる。

$$D_n = \left(\frac{A+B}{n\pi} \right)^3 \left\{ \frac{a-B\cos\varphi}{B-a} \left(1 - \cos \frac{B-a}{A+B} n\pi \right) + \frac{a+A\cos\varphi}{A-a} \left((-1)^n - \cos \frac{B+a}{A+B} n\pi \right) \right\} \quad (4)$$

$$E_n = - \left(\frac{A+B}{n\pi} \right)^3 \left\{ \frac{a-B\cos\varphi}{B-a} \left(1 - \cos \frac{B-a}{A+B} n\pi \right) + \frac{a+A\cos\varphi}{A-a} \left((-1)^n - \cos \frac{B+a}{A+B} n\pi \right) \right\} \tanh \frac{n\pi h}{A+B} \\ - \{1 - (-1)^n\} \left(\frac{A+B}{n\pi} \right)^2 \left(\frac{h}{\cosh \frac{n\pi h}{A+B}} - \frac{A+B}{n\pi} \tanh \frac{n\pi h}{A+B} \right) \cos\varphi \quad (5)$$

角加速度作用点のタンク直径方向を $\theta = 0^\circ$ とし、タンク底板中心 O' から角度 θ 、距離 r の位置に作用する衝撃圧を求める場合には式 (1) の φ と x' は次のように表される。(図 3.2 参照)

$$\varphi = \tan^{-1} \frac{r \sin\theta}{R-a+r\cos\theta} \quad (6)$$

$$x' = K + B \quad (\varphi \leq 90) \quad (7)$$

$$x' = B - K \quad (\varphi \geq 90) \quad (8)$$

ここで、

$$K = \sqrt{r^2 \sin^2\theta + (R-a+r\cos\theta)^2} \quad (9)$$

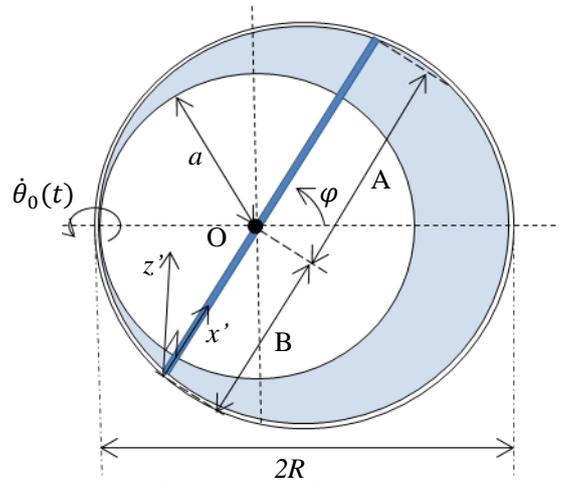


図 3.1 上部から見たタンク底板

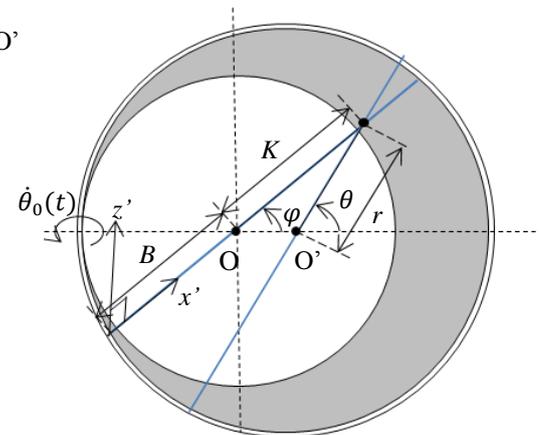


図 3.2 上部から見たタンク底板

一方、タンク底板中心 O' から角度 θ のタンク側板に作用する衝撃圧 P_s は、式 (1) で求められた矩形タンクの側板に作用する衝撃圧 $P(A+B, \varphi, z', t)$ を次のように変換することで求められる。(図 3.3 参照)

$$P_s = P(A+B, \varphi, z', t) \cos(\theta - \varphi) \quad (10)$$

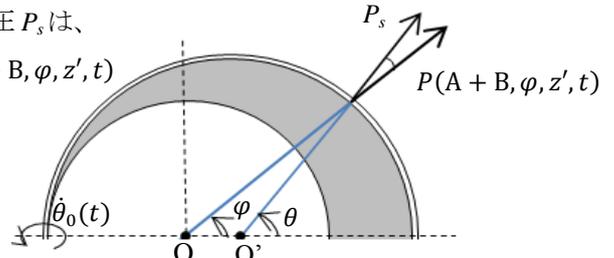


図 3.3 タンク側板に作用する衝撃圧

次に、図-3.4 に示すように円筒タンク底板の左下端に浮き上がり角加速度が作用し、タンク底板中心 O' に向かってタンク底板が三日月状に浮き上がる場合を考える。 O' を原点として角度 θ 傾いた面に生じる衝撃圧の理論式は次式となる。

$$P(x', \theta, z', t) = -\rho \ddot{\theta}_0(t) \left\{ \frac{1}{4} ((R-B)(1-\cos\theta) + (R-A)(1+\cos\theta))(z'-h) + \frac{1}{R} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ D_n \sinh \frac{n\pi z'}{2R} + E_n \cosh \frac{n\pi z'}{2R} + \{1 - (-1)^n\} \cos\theta \left(\frac{2R}{n\pi} \right)^2 \left(z' - \frac{2R}{n\pi} \sinh \frac{n\pi z'}{2R} \right) \right\} \cos \frac{n\pi x'}{2R} \right\} \quad (11)$$

ここで、ここで原点 O から浮き上がり範囲までの距離 A 、 B は、三角関数を用いて以下のように表される。

$$A = \left| (a-R)\cos\theta + \frac{\cos\theta}{|\cos\theta|} \sqrt{(R-a)^2 \cos^2\theta + 2aR - R^2} \right| \quad (12)$$

$$B = \left| (a-R)\cos\theta - \frac{\cos\theta}{|\cos\theta|} \sqrt{(R-a)^2 \cos^2\theta + 2aR - R^2} \right| \quad (13)$$

また、 D_n 、 E_n は次式となる。

$$D_n = \left(\frac{2R}{n\pi} \right)^3 \left\{ \frac{R(1-\cos\theta)}{R-B} \left(1 - \cos \frac{R-B}{2R} n\pi \right) + \frac{R(1+\cos\theta)}{R-A} \left((-1)^n - \cos \frac{R+A}{2R} n\pi \right) \right\} \quad (14)$$

$$E_n = - \left(\frac{2R}{n\pi} \right)^3 \left\{ \frac{R(1-\cos\theta)}{R-B} \left(1 - \cos \frac{R-B}{2R} n\pi \right) + \frac{R(1+\cos\theta)}{R-A} \left((-1)^n - \cos \frac{R+A}{2R} n\pi \right) \right\} \tanh \frac{n\pi h}{2R} - \{1 - (-1)^n\} \cos\theta \left(\frac{2R}{n\pi} \right)^2 \left(\frac{h}{\cosh \frac{n\pi h}{2R}} - \frac{2R}{n\pi} \tanh \frac{n\pi h}{2R} \right) \quad (15)$$

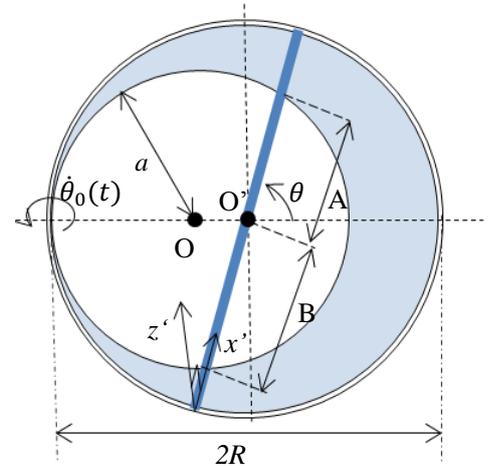


図 3.4 上部から見たタンク底板

一例として式 (11) から求めた液体充填高さ h とタンク半径 R の比 (h/R) が 2.0 で、底板の浮き上がらない円部分の半径とタンク半径の比 (a/R) が 5/6 の場合のタンクに作用する衝撃圧を、図-3.5 と図-3.6 に示す。図-3.5 は底板に作用する衝撃圧、図-3.6 は側板に作用する衝撃圧であり、いずれの値も $\rho \ddot{\theta}_0(t) R \sqrt{h^2 + 4R^2}$ で除して無次元化している。

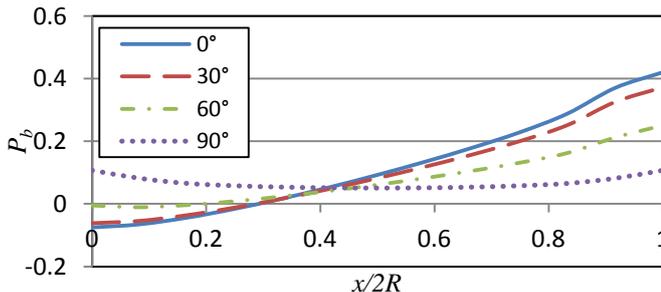


図 3.5 底板に作用する衝撃圧 P_b

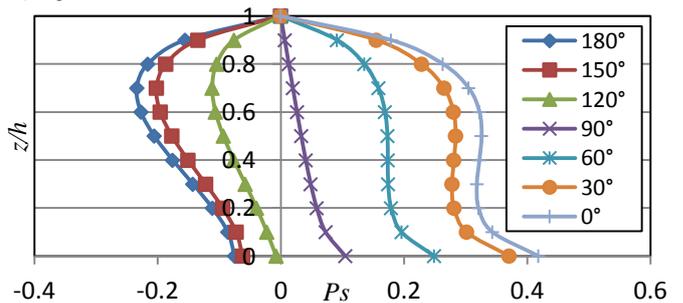


図 3.6 側板に作用する衝撃圧 P_s

4.計算結果及び考察

浮き上がり中心の設定の違いがタンク底板と側板に作用する衝撃圧に及ぼす影響について検証する。

まず、タンク底板中心 O' を中心にして、 $\theta=30^\circ$ ずつ傾いた断面からランダムに 25 点を取り (図 4.1 参照)、各点で、底板の浮き上がらない円部分の中心 O に向かってタンク底板が三日月状に浮き上がることで生じる衝撃圧を求める理論式 (1) と、タンク底板中心 O' に向かってタンク底板が三日月状に浮き上がることでタンクに生じる衝撃圧を求める理論式 (11) から算出した底板にかかる衝撃圧を $\rho\dot{\theta}_0(t)R\sqrt{h^2+4R^2}$ で除して無次元化し、比較した結果を図 4.2 に示す。

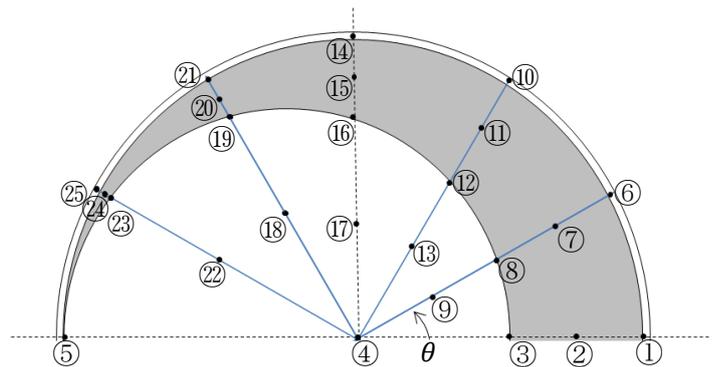


図-4.1 比較した位置とその番号

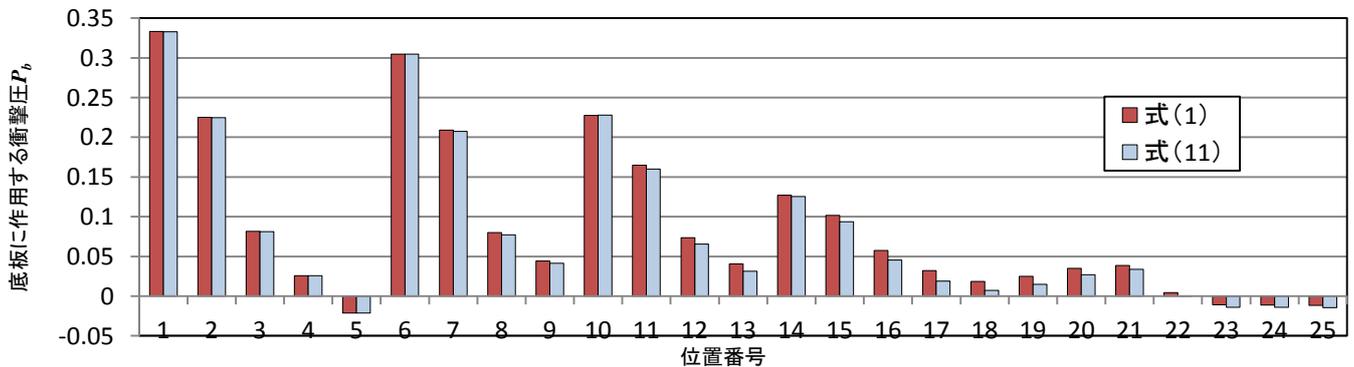


図-4.2 比較地点の底板にかかる衝撃圧 P_b

一方、浮き上がり中心の設定の違いが円筒タンク側板に作用する衝撃圧に影響を及ぼすかについて検証する。

$\theta=0^\circ$ 、 30° 、 60° 、 90° 、 120° 、 150° 、 180° での無次元化した側板高さ $z/h=0.6$ に作用する衝撃圧を、(1) 式と (11) 式から求め、 $\rho\dot{\theta}_0(t)R\sqrt{h^2+4R^2}$ で除して無次元化し比較したものを図 4.3 に示す。

図 4.2、図 4.3 より、(1) 式と (11) 式で求めた衝撃圧は完全には一致していない。よって、タンク底板の浮き上がり中心の設定の違いが円筒タンクにかかる衝撃圧の算出に影響を及ぼすことがわかる。このことから、円筒タンクの下端に角加速度が作用し、底板が三日月状に浮き上がる場合のタンクにかかる衝撃圧を求めるにはタンク底板の浮き上がりの中心位置を適切に決定する必要がある。また、より正確な衝撃圧を求めるためには、タンク底板の浮き上がり部分の変形形状を決定しなければならない。

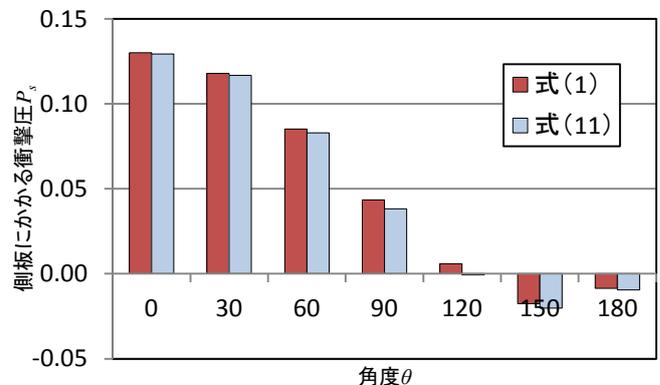


図-4.3 タンク側板 $z/h=0.6$ での衝撃圧 P_s

参考文献

- 1) Taniguchi, T. : Experimental and analytical studies of rocking mechanics of unanchored flat-bottom cylindrical shell model tanks, PVP-Vol.486-1, Seismic Engineering, ASME, 2004
- 2) 安藤嘉紀 : 「タンクの浮き上がり挙動に関する研究」, 鳥取大学大学院修士論文, 2007
- 3) 瀬川徹 : 「液体貯蔵タンクの浮き上がり時の有効液質量に関する研究」, 鳥取大学大学院修士論文, 2009