非定常スペクトル応答解析理論による弾性体の動的特性の同定

大田市役所　　正会員　　○角　芳則
広島工業大学工学部　　フェロー会員　　中山　隆弘

1．はじめに

我が国に既存する数多くの社会基盤施設・構造物の維持管理には今後膨大な財源が必要である。したがって、それらの点検方法にスマートモニタリングと言われている状態監視法を導入することの意義は大きい.

本研究では，地震国であるわが国ではたびたび発生する地震の際に得られる地震加速度記録と構造物の応答変位記録を利用し，非定常スペクトル解析理論を用いて構造物の動的特性の同定を行うことを目的としている.

対象としては，全国に無数と言っていいほど存在する鋼製標識柱とした．その理由は，それらが長年に亘って自然環境に晒されるために発生する基部の腐食を見逃せば，過去にも例があるように，台風や地震等によって倒壊する危険性があるためである[1)]．ただし，本研究では，標識柱そのものの同定が主たる目的ではなく，同定法の検証を主目的としたため，標識の柱に相当する部分を想定した等断面鋼製片持ちばりを解析対象とした.

2. 解析モデルの固有振動数と固有モード

2.1 解析モデル

解析モデルは基部を固定した中空の円形断面を有する鋼製片持ちばりで，直径は 70mm，板厚は 1.6mm，高さは 7.2m である．また，そのヤング係数は 2.0×10^{11}N/m^2，単位体積質量は 7.87×10^3kg/m^3 である.

2.2 固有値解析結果

汎用有限要素解析プログラムである DIANA を用いて，要素数を長さが均等な 36 要素とした整合質量モデルで固有値解析の結果によれば，その固有振動数は１次と２次がそれぞれ 1.32Hz 及び 8.25Hz である.

3. 非定常スペクトル解析法と同定方法

3.1 非定常スペクトル解析

本解析手法の詳細は参考文献 2)の通りであり，本解析により，非定常確率過程として地震動の振幅，周波数，ならびに位相の特性の時間的変化をかなり正確に表現することができる非定常スペクトル解析である. この解析法を用いて片持ちばりの基部に作用する地震動の非定常スペクトルと変調関数を算出すれば，3.2 で述べる方法により，速度に比例する粘性減衰モデルでモデル化できる線形一自由度振動系の非定常相対変位記録を用いて，その固有振動数および減衰定数を同定できる.

3.2 一自由度振動系の動的特性の同定方法

同定式は中山・鈴木によって誘導された式 (1) である．式(1)の左辺は，地震加速度の非定常スペクトル $f_x(t,\omega)$ と変調関数の実部 $A_R(t,\omega)$ と虚部 $A_I(t,\omega)$ 及び振動系の相対変位の非定常スペクトル $f_y(t,\omega)$ [3)] のみから成っている．一方，右辺には，地震加速度の変調関数以外に，同定すべき振動系の固有円振動数 ω_n と減衰定数 ζ の２つが未知量として含まれている．したがって，この式のみで両者を同定することはできない．そこで本研究では式(1)が近似的に成立する ω_n と ζ を，試行錯誤的に求める方法によって，それらを同定している．具体的には，右辺の ω_n と ζ に仮定値を代入して右辺の時系列 R(t)を求め，それを着目周波数 ω_k に対する左辺の時系列 L(t)と地震動の継続時間における全時刻で比較し，式(2)，すなわち

$$S=\Sigma\ \{(L(t_i)-R(t_i)\}^2 \qquad (2)$$

で与えられる S を最小とする ω_n と ζ を最適値とした．この方法はいわゆる最小自乗法と言えよう.

なお，この方法の妥当性については，すでに参考文献４）で示されている.

3.3 多自由度振動系への拡張

まず，基部に地震動を受ける片持ちばりの s 次の固有円振動数を n_s (式(1)の ω_n に対応)，減衰定数を h_s とすれば，振動形解析法によって基準座標 q_s に関する振動方程式を式(3)で表わすことができる.

$$\ddot{q}_s(t)+2h_s n_s \dot{q}_s(t)+n_s^2 q_s(t)=-\beta_s\ddot{\phi}(t) \qquad (3)$$

ここで，β_s は s 次の刺激係数，$\ddot{\phi}_s(t)$ は地震加速度である.

これより，式(3)は式(4)に示す線形一自由度振動系の振動方程式と数学的には全く同様であることが分かる.

$$\ddot{y}(t)+2hn\dot{y}(t)+n^2 y(t)=-\ddot{\phi}(t) \qquad (4)$$

すなわち，式(3)の $\beta_s\ddot{\phi}(t)$ と基準座標 $q_s(t)$ が，それぞれ式(4)の $\ddot{\phi}(t)$ と $y(t)$ に対応していることが分かる.

したがって，モニタリングによって得られる片持ちばりのある位置の応答変位と振動系の固有モードを用いて，s

$$
\begin{aligned}
\frac{f_y(t_i,\omega_k)}{f_x(t_i,\omega_k)}\left|A_R(t_i,\omega_k)^2+A_I(t_i,\omega_k)^2\right| =& \left[\begin{array}{l}\displaystyle\sum_j \frac{1}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}\exp\{-\zeta\,\omega_n(t-\tau_j)\}\times\sin\{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}(t_i-\tau_j)\} \\ \times\left[A_R(\tau_j,\omega_k)\cos\{\omega_k(t_i-\tau_j)\}+A_I(t_j,\omega_k)\sin\{\omega_k(t_i-\tau_j)\}\right]\Delta\tau\end{array}\right]^2 \\
&+\left[\begin{array}{l}\displaystyle\sum_j \frac{1}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}\exp\{-\zeta\,\omega_n(t-\tau_j)\}\times\sin\{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}(t_i-\tau_j)\} \\ \times\left[-A_R(\tau_j,\omega_k)\sin\{\omega_n(t_i-\tau_j)\}+A_I(\tau_j,\omega_k)\cos\{\omega_k(t_i-\tau_j)\}\right]\Delta\tau\end{array}\right]^2
\end{aligned}
\qquad (1)
$$

次の基準座標 q_s を求めることができれば，3.2 で述べた一自由度線形振動系モデルに対する同定法によって，多自由度系の各モードの固有振動数および減衰定数を同定することができる．

例えば 2 自由度線形振動系モデルの場合，次に示す通りである．

質点 1 と質点 2 の応答変位 y_1 および y_2 は，モード行列[Y]によって式(5)のように表わすことができる．

$$\begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{Bmatrix} \quad (5)$$

ここで，Y_{11} および Y_{12} を 1 とし，式(5)を $\{q\}$ について解けば式（6）が得られる．

$$\begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{Bmatrix} = \frac{1}{Y_{22} - Y_{21}} \begin{bmatrix} Y_{22} & -1 \\ -Y_{21} & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{Bmatrix} \quad (6)$$

4．多自由度振動モデルでモデル化した片持ちばりの動的特性の同定

4.1 概要

本研究では，実際には観測で得られる相対変位を用いる代わりに，固有振動数が分かっている今回の解析モデルに，ある減衰定数を仮定した上で地震動を与え，DIANA による応答解析の結果を用いて 1 次と２次モードまでの固有振動数と減衰定数を同定し，提案する方法の妥当性について検討した．なお，今回は加速度センサーを柱の基部、中央部、頂部に設置することを前提にして解析を進めた．

4.2 地震応答解析

EL‐Centro 地震波（NS 成分）に対するはりの頂部（37 節点）と中央部（19 節点）の相対応答変位を求めた．その際，減衰定数は一次モードについても二次モードについても 0.02 と仮定し，Rayleigh 減衰式に含まれる質量マトリクスの係数と剛性マトリクスの係数を算定した[5]．

4.3 同定結果

紙面の関係で，ここでは 1 次の固有振動数と減衰定数に対する結果のみを示す．

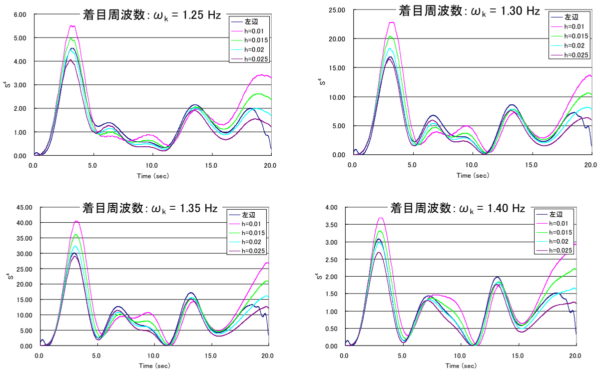
まず表-1 に，1 次の固有振動数と減衰定数を同定するための着目振動数 f_k（$=\omega_k/2\pi$）と減衰定数 ζ の値を示す．

表-1　着目振動数および減衰定数

減衰定数	着目周波数（Hz）
0.01	1.25
0.015	1.30
0.02	1.35
0.025	1.40

また，図-1 に，固有振動数 f_n（$=\omega_n/2\pi$）を本解析モデルの 1 次固有振動数である 1.32Hz としたときの，各減衰定数に対する左辺と右辺の値の時系列（それぞれ前述の L(t)及び R(t)）を示す．

さらに表-2 に，図-1 の結果を用いて計算した式(2)の値を示す．表より，着目周波数が 1.40Hz で減衰定数が 0.02 のときに，S が最小となっていることが分かる．これより，減衰定数については精度良く同定できているものの，固有振動数については約 6.4％の誤差があることが理解できる．この誤差の原因については，地震加速度及び変位応答の非定常スペクトル解析を行う際のバンドパスフィルターの中心周波数が 0.05Hz ごとであったためで，今後，0.01Hz ごとに中心周波数を変えて解析を行ってみたいと考えている．



図−1　L(t)及び R(t)の時間的変化

表−1　f_n =1.32 Hz としたときの各ケースの S 値

		着目周波数(Hz)			
		1.25	1.30	1.35	1.40
減衰定数	0.01	564.2	9767.4	32852.8	343.4
	0.015	191.7	3645.6	11733.5	107.7
	0.02	73.7	1169.6	3464	30.9
	0.025	107.4	982.8	3146.4	49.5

5．まとめ

今回の検討によって，式(1)に示した同定式を用いれば，多自由度系の固有振動数と減衰定数の同定も，良好な精度で行うことができる見通しが得られた．

ただし，変位等の観測記録より固有モードを同定できることが本研究の前提になっていることをここで断わっておかねばならない．

参考文献

1）森田康夫：土木構造物のリスクマネジメントとインフラ・イノベーション，JICE REPORT，　vol.15/09.07.

2）小松定夫，藤原豪紀，中山隆弘：コンプレックス・ディモデュレーション法による地震動の非定常スペクトル解析，土木学会論文集，第 368 号/Ⅰ-5，pp.311-318，1986.4.

3）中山隆弘・小松定夫・角田直行：構造系の非定常スペクトル応答解析法について，土木学会論文集，第 374 号/Ⅰ-6，pp.541-548，1986.10.

4）鈴木悠紀賞：非定常スペクトル解析による構造物の動的特性の同定に関する基礎的研究，広島工業大学大学院修士論文，2004.2.

5）柴田明徳：最新耐震構造解析，森北出版，2003.5.