

2 自由度系の特定モードを減衰させるためのダンパーの最適配置に関する研究

鳥取大学大学院 学生会員 ○小林真也

鳥取大学大学院 正会員 谷口朋代

1. はじめに

新設構造物の全体応答を減衰させる既存の方法¹⁾に対し、本研究では、既存構造物にダンパーを付与して耐震補強を行う際のダンパーの最適配置法を模索するために、2 自由度系を対象に検討を行った。

2. 各次モード減衰の傾向の把握

本研究が対象とする 2 自由度系の運動方程式とモーダルマトリックスは次のようである。(図-1 参照)

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{f}, \quad \mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_p & 0 \\ 0 & m_s \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_p + k_s & -k_s \\ -k_s & k_s \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_{p0} + c_{d1} + c_{s0} + c_{d2} & -c_{s0} - c_{d2} \\ -c_{s0} - c_{d2} & c_{s0} + c_{d2} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f} = \begin{Bmatrix} f_p(t) \\ f_s(t) \end{Bmatrix}, \quad \Phi = \begin{bmatrix} \gamma_1 & 1 \\ 1 & \gamma_2 \end{bmatrix} \quad (1)$$

m_p : 1 層目の質量, m_s : 2 層目の質量, k_p : 1 層目の剛性,

k_s : 2 層目の剛性, c_{p0} : 1 層目の構造減衰,

c_{s0} : 2 層目の構造減衰, c_{d1} : 1 層目に挿入するダンパーの減衰,

c_{d2} : 2 層目に挿入するダンパーの減衰,

$f_p(t)$: 1 層目に作用する外力, $f_s(t)$: 2 層目に作用する外力,

γ_1 : 1 次モードの 1 層目と 2 層目の振幅の比,

γ_2 : 2 次モードの 1 層目と 2 層目の振幅の比

減衰マトリックスの非対角項を無視してモード解析法を用い、各次モードの単位質量当りの運動方程式を求めると、各次モードの減衰項は次式となる。

$$\text{1次モードの減衰: } \frac{\gamma_1^2(c_{p0} + c_{d1}) + (\gamma_1 - 1)^2(c_{s0} + c_{d2})}{m_p(\gamma_1^2 + \varepsilon)} \quad (2a)$$

$$\text{2次モードの減衰: } \frac{(c_{p0} + c_{d1}) + (\gamma_2 - 1)^2(c_{s0} + c_{d2})}{m_p(\varepsilon\gamma_2^2 + 1)} \quad (2b)$$

ここで、 $\varepsilon = m_s/m_p$: 質量比である。式(2a)(2b)を振動数比 $\beta = 2(\omega_p - \omega_s)/(\omega_p + \omega_s)$ ($-2 \leq \beta \leq 2$) で整理したものを図-2、図-3、図-4、図-5 に示す。ただし、 ω_p , ω_s は 1 層、2 層単独の振動数であり、構造減衰が 0, $c_{d1} + c_{d2} = 0.1$ とし、 c_{d1} と c_{d2} の比は 10 : 0, 8 : 2, 3 : 7, 0 : 10 である。

図-2、図-3 より、1 次モードでは、1 層目や 2 層目に挿入する減衰の比によらずある 1 点を通る事が分かる。その点は 1 層目と 2 層目の減衰が 1 次モードの減衰に影響する割合が等しくなる点であり、その点を境に、ダンパーをどちらの層に配置した方が良いか判断できる。その点では、図-4(b)のように質量比によらずモード形状が一直線となるので、図-4(a)のように第 2 層が閉じた形状であれば 1 層目に、図-4(c)のように開いた形状であれば 2 層目にダンパーを配置した方が良いと判断できる。

図-5、図-6 より、2 次モードでは振動数比に関わらず、2 層目に入れるダンパーの値が大きい程 2 次モードの減衰の値が大きくなる事から、2 次モードを減衰させるためには、実座標系の質量比や振動数比に関わらず、

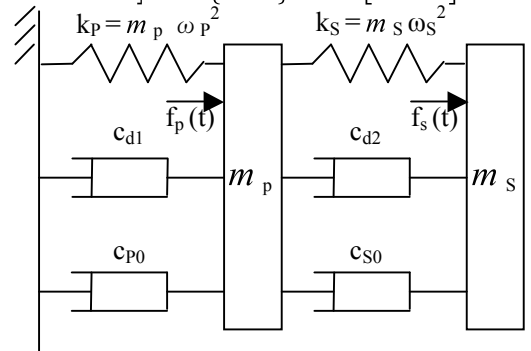


図-1 2 自由度質点系モデル

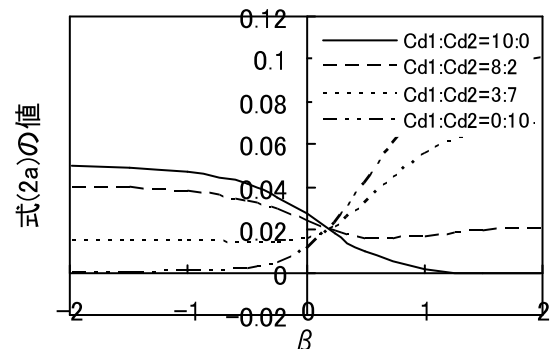


図-2 1 次モードの減衰と β の関係 ($\varepsilon=1$)

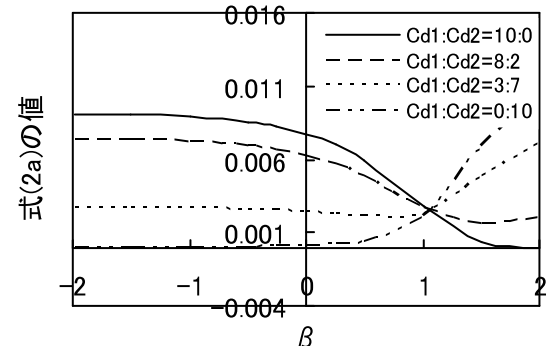


図-3 1 次モードの減衰と β の関係 ($\varepsilon=10$)

常に2層目にダンパーを配置すれば良いということが分かる。

3. ダンパーの最適配置と最適値の導出

線形計画法の理論を用いて、挿入するダンパーの減衰値を最小化するために、1層目、2層目に挿入するダンパーの減衰値の和を(3c)式で表し、(3a)式および(3b)式で表される1次モード、2次モードに付与したい減衰比による制約条件と、減衰が非負であることから得られる非負制約条件下において、(3c)式の値が最小となる点を探すことで最適値を導出し、最適配置を導いた。図-7はその様子を模擬しており、この場合(3a)式と(3b)式の交点で(3c)式が各制約条件による範囲に接するので、この点が最適値となっている。ただし、 h_1 、 h_2 は1次、2次モードに付与したい減衰比、 ω_1 、 ω_2 は1次、2次モードの固有振動数である。

$$C_{d1} \geq -\frac{B}{A}C_{d2} + \frac{2\omega_1 h_1}{A} - \frac{B}{A}C_s - C_p \quad (3a)$$

$$C_{d1} \geq -\frac{T}{S}C_{d2} + \frac{2\omega_2 h_2}{S} - \frac{T}{S}C_s - C_p \quad (3b)$$

$$C_{d1} + C_{d2} = k \quad (3c)$$

ここで、

$$A = \frac{\gamma_1^2}{m_p(\gamma_1^2 + \varepsilon)}, B = \frac{(\gamma_1 - 1)^2}{m_p(\gamma_1^2 + \varepsilon)}, S = \frac{1}{m_p(\varepsilon\gamma_2^2 + 1)}, T = \frac{(\gamma_2 - 1)^2}{m_p(\varepsilon\gamma_2^2 + 1)} \text{ である。}$$

4. まとめ

- 1) 1次モードを減衰するためには、モード形状が一直線の形状より第2層が閉じた形状なら1層目に、開いた形状なら2層目にダンパーを配置すれば良い。
- 2) 2次モードを減衰するためには、構造物の質量比や振動数比に関わらず、常に2層目にダンパーを配置すれば良い。
- 3) 本研究では2自由度系を対象にした検討に留まっているが、多自由度系を対象に検討する必要がある。
- 4) 本研究では、各振動モードの減衰をより効率よく減衰するダンパーの配置の把握とダンパーの最適配置と最適値の導出方法の提案に留まっており、実際に実験や、シミュレーションを行い、本論文で導いた傾向や提案方法の妥当性を考察する必要がある。

参考文献

- 1) IZURU TAKEWAKI: OPTIMAL DAMPER PLACEMENT FOR MINIMUM TRANSFER FUNCTIONS, EARTHQUAKE ENGINEERING AND STRUCTURAL DYNAMICS, VOL. 26, 1113-1124(1997)

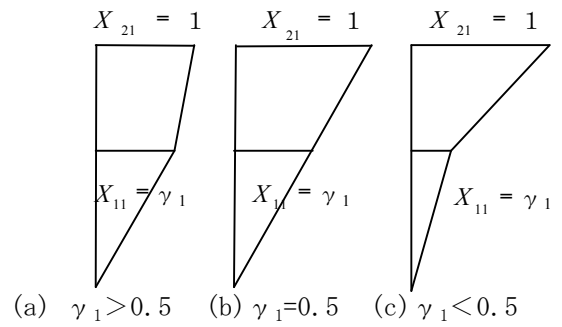


図 1 次モードのモード形

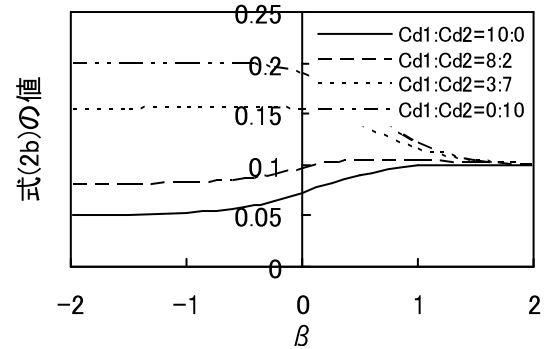


図-5 2次モードの減衰と β の関係 ($\varepsilon=1$)

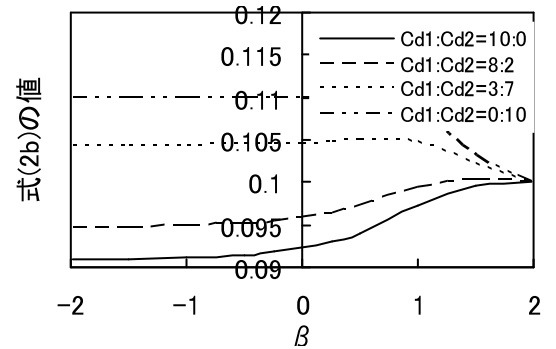


図-6 2次モードの減衰と β の関係 ($\varepsilon=10$)

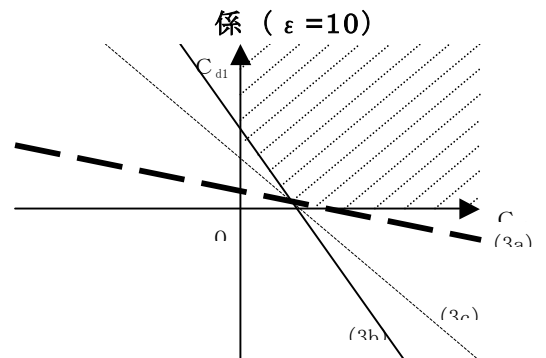


図 - 7 ダンパーの最適配置と最適値の導出例