

粗礫周辺の鉛直 2 次元流れに関する数値計算

鳥取大学大学院工学研究科 学生会員 ○三宅由衣
鳥取大学大学院工学研究科 正会員 梶川勇樹

鳥取大学大学院工学研究科 正会員 檜谷 治

1. はじめに

河川における浮石や沈み石帯は生物の生息場としての重要性が指摘されている。そのため、河床形態をモデル化して生息場評価等が行われているが、河床近傍の生息場は底質の構成・構造への依存性が強く、さらに、浮石の様な間隙を有する媒体中の流れ場を調査することは困難なため、礫周辺の流れについては詳しく説明されておらず、従来からの水理モデルでは底質の構造を十分に表現できないのが現状である。

ここで、浮石は礫間の泥・砂などが掃流され、沈み石は礫間に泥・砂などがつまってできるため、本研究では、浮石・沈み石形成過程の解析を目標とし、礫周辺の流れを高精度に再現できる鉛直 2 次元数値計算モデルの構築を行う。そして、礫周辺における細部の流れを解析し、対象実験との比較からモデルの妥当性について検討する。

2. 礫周辺の鉛直 2 次元流れに関する数値計算モデル

本研究で用いる基礎方程式には FAVOR 法を導入し、乱流モデルには、標準型 $k-\varepsilon$ 方程式モデルを採用した。①と②に連続式、運動方程式および乱流エネルギー k とその散逸率 ε の移流拡散方程式を示す。

ここに、 t : 時間, (x, z) : それぞれ水平方向および鉛直方向座標, (A_x, A_z) : x 方向および z 方向に垂直な断面で流体の占める面積率, V : 任意の格子において流体の占める体積率, (u, w) : x 方向および z 方向の流速成分, g : 重力加速度, θ : 水路床勾配, ρ : 流体の密度, $P = p + 2/3\rho k$, p : 圧力, ν : 動粘性係数, ν_t : 渦動粘性係数, $\nu_e = \nu + \nu_t$, ν_k, ν_ε : 拡散係数である。ここで、従来のカルマン渦等を対象とした研究では、係数 C_μ を用いた標準型 $k-\varepsilon$ モデルの渦運動に対する適要性が非常に悪いことが指摘されており、その改良方法として標準型 $k-\varepsilon$ モデルの渦動粘性係数に対し、③で定義されるストレイン・パラメータ S およびローテーション・パラメータ Ω 依存性を導入した。

数値計算法は、コロケート格子における HSMAC 法 (C-HSMAC 法) とほぼ同様である。基礎方程式の差分化には、移流項に QUICK 法、拡散項に 2 次精度中央差分、時間積分には Adams-Bashforth 法を適用した。標準型 $k-\varepsilon$ モデルの差分化に関しては、移流項と拡散項を同時に考慮する hybrid 法¹⁾を適用した。この hybrid 法は、解析解を利用しているため計算が発散しにくく、使用するメモリ量が減るため計算負荷を軽減できるなどの利点がある。

3. 礫周辺における流れの数値計算

礫周辺の流れを解析するため、礫を円でモデル化し、鉛直 2 次元における礫周辺流れの解析を行った。そして、

① 基礎方程式
<連続式>

$$\frac{\partial(A_x u)}{\partial x} + \frac{\partial(A_z w)}{\partial z} = 0$$

<運動方程式>

・ x 方向 (流下方向)

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{V} \left\{ \frac{\partial(A_x u u)}{\partial x} + \frac{\partial(A_z u w)}{\partial z} \right\} = g \sin \theta - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{1}{V} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left\{ 2A_x \nu_e \frac{\partial u}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ A_z \nu_e \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right\} \right]$$

・ z 方向 (鉛直方向)

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{1}{V} \left\{ \frac{\partial(A_x w u)}{\partial x} + \frac{\partial(A_z w w)}{\partial z} \right\} = -g \cos \theta - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + \frac{1}{V} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left\{ A_x \nu_e \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ 2A_z \nu_e \frac{\partial w}{\partial z} \right\} \right]$$

② 移流拡散方程式

< k -方程式>

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{1}{V} \left\{ \frac{\partial(A_x u k)}{\partial x} + \frac{\partial(A_z w k)}{\partial z} \right\} = \frac{1}{V} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(A_x \nu_k \frac{\partial k}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(A_z \nu_k \frac{\partial k}{\partial z} \right) \right\} + G_s - \varepsilon$$

< ε -方程式>

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{1}{V} \left\{ \frac{\partial(A_x u \varepsilon)}{\partial x} + \frac{\partial(A_z w \varepsilon)}{\partial z} \right\} = \frac{1}{V} \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(A_x \nu_\varepsilon \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(A_z \nu_\varepsilon \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right) \right\} + C_1 \frac{\varepsilon}{k} G_s - C_2 \frac{\varepsilon^2}{k} G_s = \nu_t \left\{ 2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \right\}$$

$$\nu_t = C_\mu (k^2 / \varepsilon), \quad \nu_k = \nu + \nu_t / \sigma_k, \quad \nu_\varepsilon = \nu + \nu_t / \sigma_\varepsilon$$

<乱流モデルにおける各定数>

$$C_\mu = 0.09, \quad \sigma_k = 1.00, \quad \sigma_\varepsilon = 1.30, \quad C_1 = 1.44, \quad C_2 = 1.92$$

奥野の実験²⁾に対し、本数値計算モデルの適用を試みた。

表-1、表-2にそれぞれ実験条件、計算条件を示す。

奥野の実験では幅40cmの水路上下流側にstepを設け、その間に粗礫に見立てた直径11.5cmの塩ビパイプを1.2cm間隔で横断的に設置したものをを用いている。また、2.で述べた渦動粘性係数に対するパラメータ依存性導入の有無について場合分けを行い、計算を行った。計算結果は、礫周辺の流れの特徴を掴むために、数値計算より得られた結果を用いて、水面形、水面形の時間変動、流下方向流速分布図、流速ベクトル図、鉛直方向流速コンター図を作成し、得られた結果と実験値との比較をcase1、case2に別けて行った。

<case1 (図-1~7)>

(1) 水面形

図-1より、パラメータを考慮している場合としていない場合の計算値ではあまり水面形に差が見られないことが分かる。実験値と比較すると、位相が少しずれているが、下流側に向かうにつれて実験値に近づいている。

(2) 水面形の時間変動

図-2より、計算値は実験値よりも水面形の時間変動量が小さく、実験での水面形の変動を再現しきれていない。しかし、図-3より、計算値はパラメータ依存性を考慮することで全体的に渦動粘性係数が小さくなり、微小ではあるが実験での水面形の乱れを表現することができた。そのため、以下に述べる流下方向流速分布図、流速ベクトル図、鉛直方向流速コンター図の計算結果はパラメータ依存性を考慮した場合の計算値である。

(3) 流下方向流速分布図

図-4、5より、礫間の流速は水面に近づくにつれて実験値よりも小さくなり、逆に礫天端では水面に近づくにつれて大きくなっている。しかし、全体的に流速は対数則分布を示し、実験値を良好に再現できていると言える。

(4) 流速ベクトル図

図-6より、計算では礫間上部で時計回り、下部では反時計回りの渦を巻くような流れが発生していることが分かる。実験値と比較すると、実験では礫間の細かい点までの測定結果がなく、流れの動態については把握できないが、礫間上部を見ると実験においても礫間上部に時計回りの流れが発生しており、計算結果は実験結果を再現できていることが分かる。

(5) 鉛直方向流速コンター図

図-7より、計算では礫間上部で時計回り、下部では

③ 係数 C_μ と各パラメータ

$$C_\mu = \min\left(0.09; \frac{0.3}{1 + 0.09M^2}\right), \quad M = \max(S; \Omega)$$

$$S = \left(\frac{k}{\varepsilon}\right) \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^2}, \quad \Omega = \left(\frac{k}{\varepsilon}\right) \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^2}$$

表-1 実験条件 (奥野)

	case1	case2
単位幅流量 $q(\text{m}^2/\text{s})$	0.015	0.020
平均水深 $h_t(\text{cm})$	3.81	5.25
下流端水深(cm)	15.44	17.01
水路幅 $B = 40.0\text{cm}$, 勾配 $i = 1/200$		

表-2 計算条件

計算時間間隔 $\Delta t(\text{sec})$	0.001	
流下方向メッシュ間隔 $\Delta x(\text{cm})$	0.4233	
鉛直方向メッシュ間隔 $\Delta z(\text{cm})$	0.4233	
マンニングの粗度係数 n	case1	0.012
	case2	0.025
人工粘性係数 K_v	1.0	

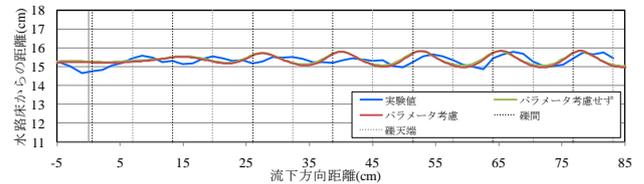


図-1 水面形 (case1)

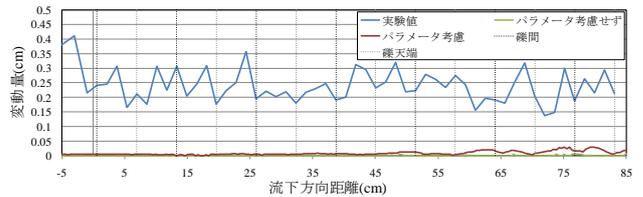


図-2 水面形の時間変動 (case1)

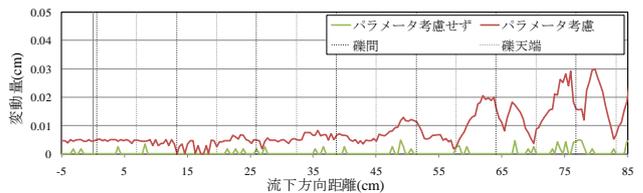


図-3 水面形の時間変動 (case1/計算値)

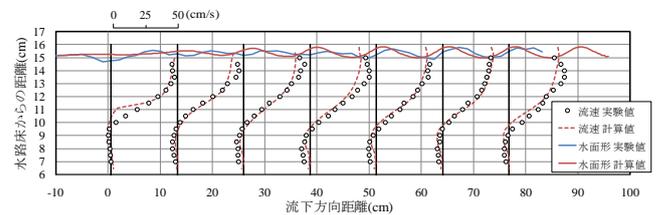


図-4 礫間における流下方向流速分布図 (case1)

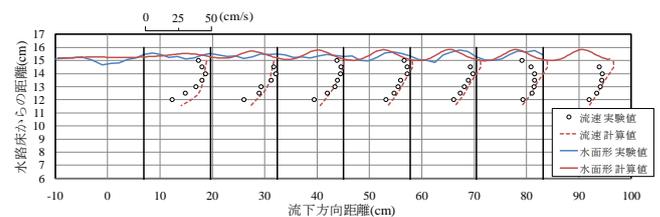


図-5 礫天端における流下方向流速分布図 (case1)

反時計回りの渦を巻くような流れが発生していることから、礫間上部では、礫間上流側で礫間に侵入するような下降流，下流側で上昇流を示し，礫間下部では，下流側で礫の下に沈み込むような下降流，上流側では上昇流が発生していることを示している．実験値と比較すると，定性的ではあるが下降流については表現できていると言える．

<case2 (図-8~11)>

case2 は，case1 で比較的再現性が高いと判断できるパラメータ依存性を考慮した場合についてのみ計算を行った．また，case2 は表-2 より Manning の粗度係数を $n=0.025$ として計算を行った．これは，実験において粗度が case ごと（流量ごと）に異なっていたためである．

(1) 水面形

図-8 より，計算値は下流側に向かうにつれて実験の水面形を良く再現できていると言える．

(2) 水面形の時間変動

図-9 より，計算にパラメータ依存性を考慮しているが case1 とは異なり，case2 の変動量は 0 に近く，変動していないことが分かる．よって，case2 は実験における水面形の変動の様子を表現できているとは言えない．

(3) 流下方向流速分布図

図-10, 11 より，流速は実験値と比較すると，礫直上と礫間上部で実験値よりも小さくなっている．しかし case1 と同様，全体的に流速は対数則分布を示し，実験値を再現できていると言える．

4. まとめ

水面形の時間変動については，パラメータ依存性を考慮することで，全体的に渦動粘性係数が小さくなり，微小ではあるが，case1 では実験での水面形の変動を再現することができた．しかし，case2 では変動量を再現できなかった．これは計算では流量が大きくなることによって礫床からの影響が小さくなり変動がほとんど見られなかったからであると考えられる．

以上の様な結果を得たが，今後は浮石の形成過程を再現可能なモデルの構築を目指し，礫周辺の流れだけではなく，細砂の動態も考慮した数値計算モデルの構築が課題として挙げられる．

【参考文献】 1) 棚橋隆彦：「はじめての CFD」－移流拡散方程式－，コロナ社，pp.245-247.

2) 奥野夏樹：粗礫河床における流れと浮遊砂の堆積過程に関する研究，鳥取大学卒業論文，2009.

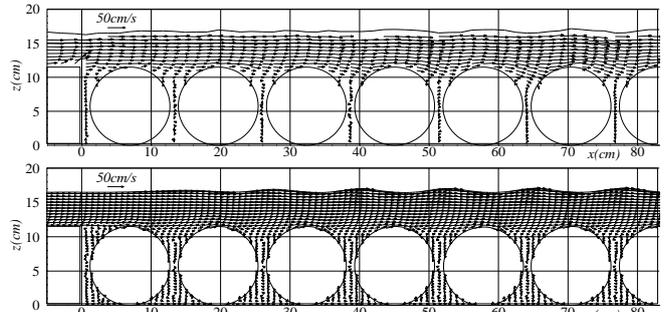


図-6 流速ベクトル図 (上：実験，下：計算/case1)

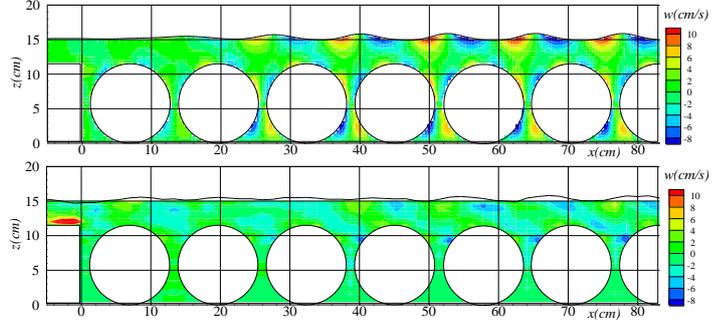


図-7 鉛直方向流速コンター図 (上：実験，下：計算/case1)

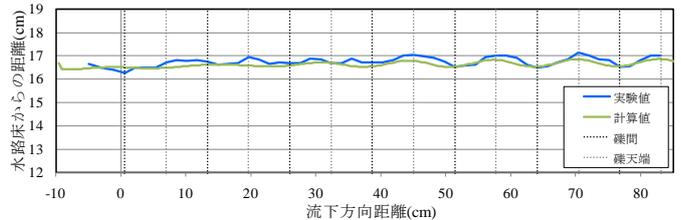


図-8 水面形 (case2)

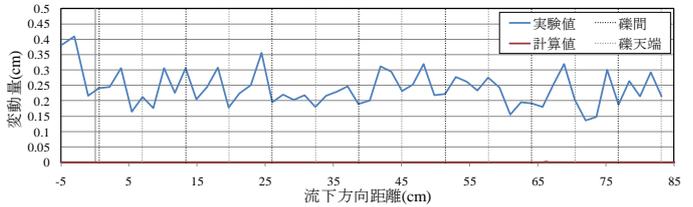


図-9 水面形の時間変動 (case2)

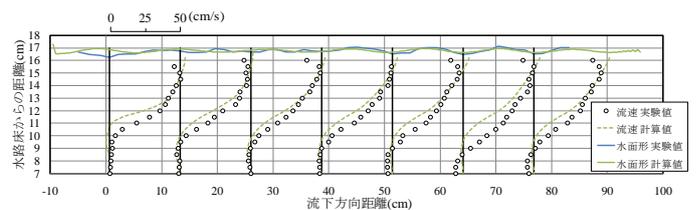


図-10 礫間における流下方向流速分布図 (case2)

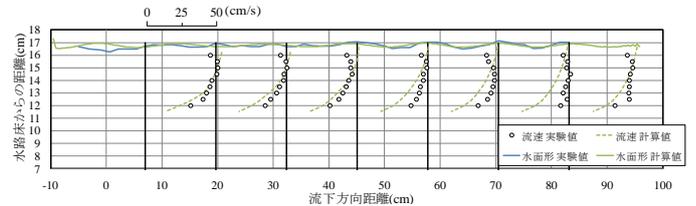


図-11 礫天端における流下方向流速分布図 (case2)