

## 1. はじめに

地震動を受ける多自由度弾性系の最大応答変位を簡便に推定する方法として、SRSS (2乗和平方根) 法などが知られている。SRSS 法では、各モードの最大応答変位を地震応答変位スペクトルから読み取り、それらを重ね合わせて実座標上の最大応答変位を求めるものである。一方、多自由度弾塑性系の地震応答を求める手法は、数値積分法以外に、簡便に最大応答変位を解析する手法の開発が望まれる。

本研究は2つの部分から成り、前半部では、1自由度弾塑性系の最大応答変位を弾性系の地震応答変位スペクトルを用いて求める手法について検討した。その特長は、塑性後に振動系内部で配分されるエネルギーに着目し、不規則振動論に基づいて等価線形化法を定めた事である。また、後半部ではMPA (モーダルプッシュオーバー解析) に前述の等価線形系の応答を用いた場合、さらに部材塑性に伴うモード変形の変化の影響を考慮した場合について検討する。ここで、本研究では、図1に示す $n$ 自由度弾塑性系モデル、図2に示すバイリニア型復元力モデルを用いる。

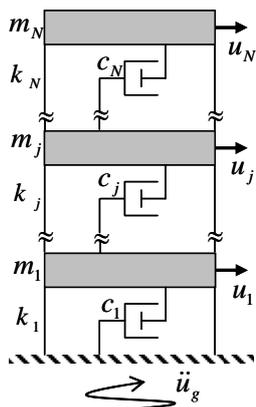


図1  $n$  自由度弾塑性系モデル

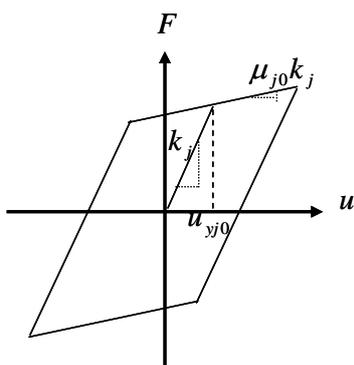


図2  $j$  層のバイリニア型復元力

ここに、 $m$ :質量、 $k$ :初期バネ定数、 $c$ :粘性減衰定数、 $u$ :変位、 $\ddot{u}_g$ :地動加速度、 $u_{yj0}$ :降伏変位、 $\mu_{j0}$ :剛性低下率である。

## 2. 1自由度弾塑性系の最大応答変位の推定

### 2.1 等価線形化法の提案

1 自由度弾塑性系モデルに継続時間が極短なパルス状

の地動加速度を入力した場合の変位、質点速度、復元力を観察することにより、塑性後の構造物内部で配分されるエネルギーと応答変位の関係を考察した。特に、系内に蓄えられる $W_v$  (弾性歪エネルギー) と系外に排出される不可逆的な $W_p$  (塑性歪エネルギー) に着目すると、図3と図4に示すように $W_v$  は変位 $u$ に関して $u < -\frac{1+\mu}{\mu}u_y$ 、 $-\frac{1+\mu}{\mu}u_y \leq u < -u_y$ 、 $-u_y \leq u \leq u_y$ 、 $u_y < u \leq \frac{1+\mu}{\mu}u_y$ 、 $\frac{1+\mu}{\mu}u_y < u$ の5つの場合に、 $W_p$  は振幅 $a$ に関して $0 \leq a \leq u_y$ 、 $u_y < a$ の2つの場合に分けられることがわかる。

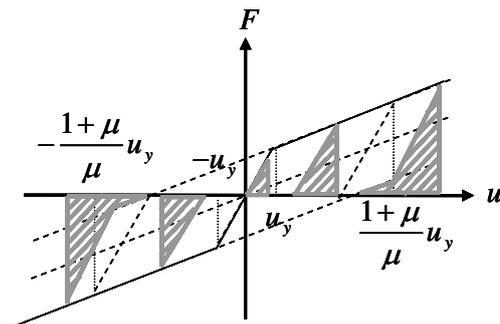


図3 弾性歪エネルギー $W_v$

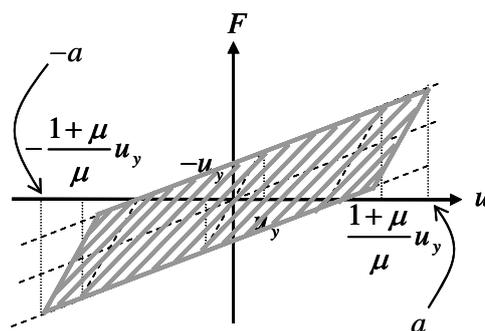


図4 塑性歪エネルギー $W_p$

ここで、弾塑性応答であっても変位と振幅の出現確率がそれぞれ Gauss 分布、Rayleigh 分布に従うと仮定して、これらのエネルギーの時間平均を求めた。

$$\langle W \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} W(u) \cdot p(u) du \quad (1)$$

ここに、 $\langle W \rangle$ :エネルギーの時間平均、 $W(u)$ :着目したエネルギー、 $p(u)$ :確率密度関数である。

(1) 式で求めた  $W_v$  と  $W_p$  の時間平均と 1 自由度弾性系の弾性歪エネルギーと減衰エネルギーの時間平均が等しくなるとして、等価バネ定数  $k_{eq}$ 、等価減衰定数  $h_{eq}$  を求めた。

$$k_{eq} = k\eta \quad (2)$$

$$h_{eq} = \delta/\eta \quad (3)$$

$$\eta = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \left[ -2(1-\mu)^2 \frac{1}{\gamma} e^{-\frac{1}{2\gamma^2}} + 2(-1+\mu^2) \frac{1}{\gamma} e^{-\frac{(1+\mu)^2}{2\gamma^2}} \right]$$

$$+ \sqrt{2\pi}(1-\mu) \left\{ (1+\mu) - (1-\mu) \frac{1}{\gamma^2} \right\} \text{erf} \left( \frac{1}{\sqrt{2}\gamma} \right)$$

$$+ \sqrt{2\pi}(-1+\mu) \left\{ \mu + \frac{1}{\mu}(1+\mu)^2 \frac{1}{\gamma^2} \right\} \text{erf} \left( \frac{1+\mu}{\sqrt{2}\mu\gamma} \right)$$

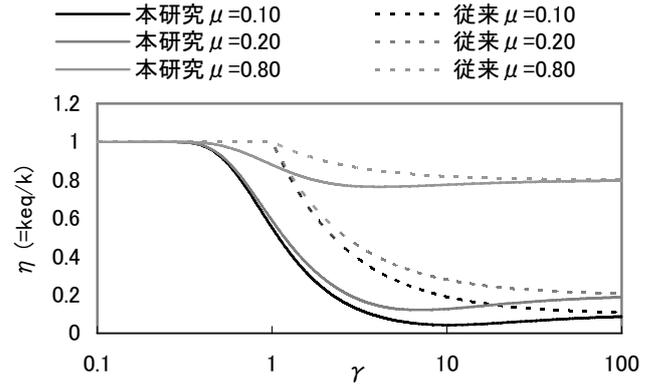
$$+ \sqrt{2\pi} \left\{ \mu + \frac{1}{\mu}(1-\mu)(1+3\mu) \frac{1}{\gamma^2} \right\} \quad (4)$$

$$\delta = \frac{\sqrt{2}(1-\mu)\gamma \left\{ 1 - \text{erf} \left( \frac{1}{\sqrt{2}\gamma} \right) \right\}}{\sqrt{\pi}(1+2\gamma^2) e^{-\frac{1}{2\gamma^2}}} \quad (5)$$

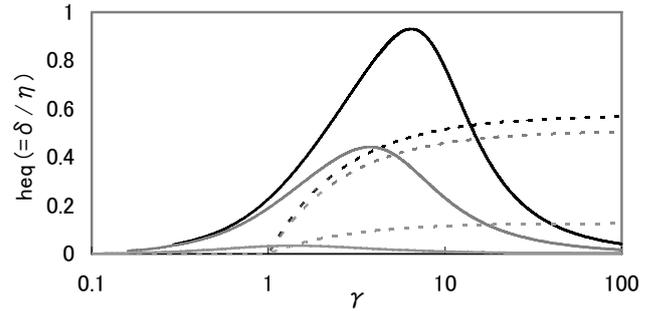
ここに、 $\text{erf}$ :誤差関数である。

以上より、等価線形化法に必要なパラメータは、バイリニア型復元力モデルを定義する剛性低下率  $\mu$ 、降伏変位  $u_y$  と塑性率  $\gamma$  となり、関数電卓などを用いて容易に計算できる。本研究で提案した等価線形化法と従来手法の最大点剛性による等価線形化法<sup>1)</sup>に用いられる等価バネ定数と等価減衰定数の比較を図 5 に示す。従来の等価バネ定数や等価減衰定数は、それぞれ単調に減少または、増加するだけであるのに対し、提案した等価バネ定数や等価減衰定数は、それぞれ減少後に増加したり、増加後に減少したりするなど、それらの値が大きく異なることがわかる。これは、本研究の等価線形化法が、系内に保存される、または、塑性化によって系外に排出されるエネルギーを正しく見積もったためである。

図 6 は本研究の等価線形化法を用いて、1 自由度弾塑性系の最大応答変位を推定するフローを図 6 に示す。



(a) 等価バネ定数



(b) 等価減衰定数

図 5 等価線形化法に用いる諸量

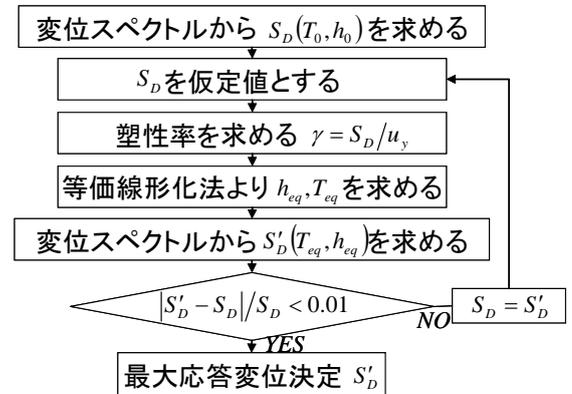


図 6 1 自由度弾塑性系の最大応答変位の推定方法

## 2.2 解析結果

### a) 降伏変位による影響

減衰定数  $h$  を 0.00、剛性低下率  $\mu$  を 0.20、KOBE-NS の地震動 (図 7) を用いて、降伏変位  $u_y$  を固有周期とは無関係に常に 0.010 [m]、0.025 [m] とした 2 種類の場合について、エネルギー法、変位法、従来の等価線形化法、本研究の等価線形化法を用いて、1 自由度弾塑性系の最大応答変位を近似する。また、塑性率  $\gamma$  を求める際、応答変位の最大値を  $\sigma$ 、 $3\sigma$ 、 $5\sigma$  と仮定した場合の等価線形

化法の解析結果を図8中に等価線形(1/1), 等価線形(1/3), 等価線形(1/5)と示した。これらは, 図6に示す収束計算を行う際の刻みの違いとして影響を及ぼし, いずれの場合も3~4回程度の繰り返し計算で収束する。

図8(a)(b)より, 本解析条件の範囲内では, 降伏変位が小さくなると, 弾塑性応答変位が大きくなり, 降伏塑性率 $\gamma$ が大きくなることわかる。その場合, 従来の等価線形化法では, 塑性率 $\gamma$ が大きくなっても応答変位はほとんど変化しない。一方, 本研究の等価線形化法では, 塑性率 $\gamma$ に応じた応答が得られることがわかる。

弾性応答スペクトルは, 変位法の結果と等しく凹凸の激しい形状となるため, 収束計算を行う際の刻みが違えば, 変位は大きく変化する。そのため, 本研究の等価線形化法の(1/1), (1/3), (1/5)の精度に差が生じたと考えられる。

### b) 減衰定数による影響

減衰定数 $h$ を0.05とし, その他の条件は図8(b)と同じにして解析した結果を図8(c)に示す。

図8(b)と図8(c)を比較すると, 減衰が大きくなると, 本研究で提案した等価線形化法を用いて最大応答変位を推定する精度が上がる。一般に, 弾性応答スペクトルは減衰が大きくなると, 凹凸が減ってなだらかな形状になることが知られており, 収束計算でポケットに陥ることがなくなり, 精度が高くなったと考えられる。

## 3. 多自由度弾塑性系の最大応答変位の推定

### 3.1 各層の最大応答変位の推定方法の提案

MPA<sup>2)</sup>(モーダルプッシュオーバー解析)では, 各モードの履歴曲線を求め, モード毎に時刻歴応答解析を行って, 各モードの最大応答変位を求めた後, SRSS法を用いて各層の最大応答変位を算定する。このように時刻歴応答解析を用いる方法では, 多自由度弾塑性系モデルをモード分解した利点が活かされていない。また, 時刻歴応答解析の代わりに弾塑性応答変位スペクトルを用いたとしても, 弾塑性応答変位スペクトルは固有周期に対して, 塑性率毎に変化するだけでなく, 減衰定数毎にも変化するため, 最大応答変位を求める目的で使用するのは複雑で困難である。そこで, 各モードの最大応答変位を求めるために, 時刻歴応答解析や弾塑性応答変位スペクトルを用いる代わりに, 2.1で提案した等価線形化法を用いる方法を提案する。ここで, 各モードの履歴曲線を求めるためにプッシュオーバー解析を行ったが, その際,

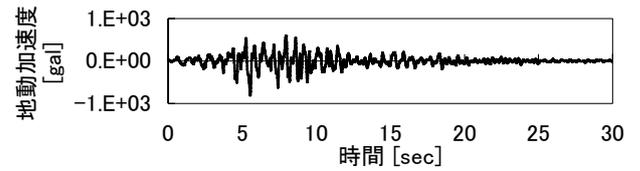
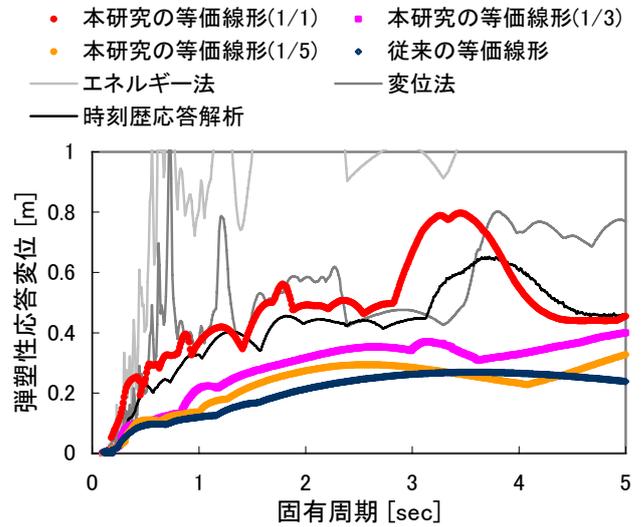
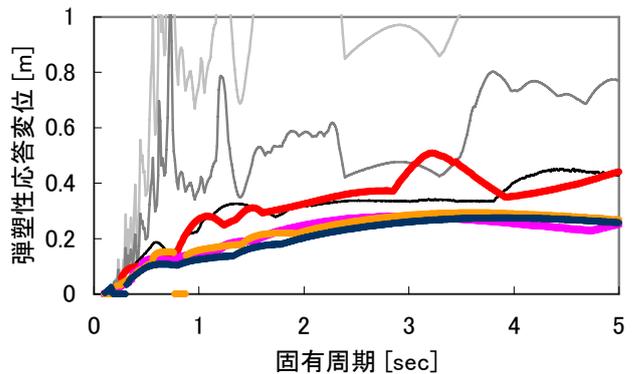


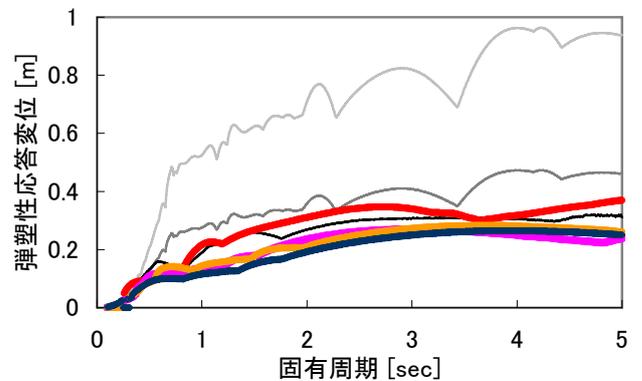
図7 地動加速度 (KOBE-NS)



(a)  $u_y = 0.010 [m]$ ,  $h = 0.00$ ,  $\mu = 0.20$



(b)  $u_y = 0.025 [m]$ ,  $h = 0.00$ ,  $\mu = 0.20$



(c)  $u_y = 0.025 [m]$ ,  $h = 0.05$ ,  $\mu = 0.20$

図8 弾塑性応答変位スペクトル

塑性後も弾性時の振動モード形状を保つとして求めたものを「1次近似」、塑性後の剛性から決まる振動モードに応じた力を用いて求めたものを「2次近似」とする。これら方法は、弾性応答変位スペクトルを用いた繰り返し計算を数回行うだけで、各モードの最大変位を求めることができるため、非常に簡便な推定方法である。

### 3.2 解析結果

地動加速度は図 7, その他の解析条件は表 1 とし, 5 自由度弾塑性系モデルの解析結果を図 9 に示す。また, 図 10 には 1 次モードの履歴曲線を示す。図 10 中の横軸  $D_1$  はモード応答, 縦軸  $F_{s1}/L_1$  はモード復元力である。

表 1 解析条件

$m_1$ [kg]	$m_2$ [kg]	$m_3$ [kg]	$m_4$ [kg]	$m_5$ [kg]
100.00	100.00	100.00	100.00	100.00
$k_1$ [N/m]	$k_2$ [N/m]	$k_3$ [N/m]	$k_4$ [N/m]	$k_5$ [N/m]
200.00	200.00	150.00	150.00	100.00
$h_1$	$h_2$	$h_3$	$h_4$	$h_5$
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
$u_{y10}$ [m]	$u_{y20}$ [m]	$u_{y30}$ [m]	$u_{y40}$ [m]	$u_{y50}$ [m]
0.03	0.04	0.00	0.05	0.00
$\mu_{10}$	$\mu_{20}$	$\mu_{30}$	$\mu_{40}$	$\mu_{50}$
0.30	0.40	0.40	0.40	0.40

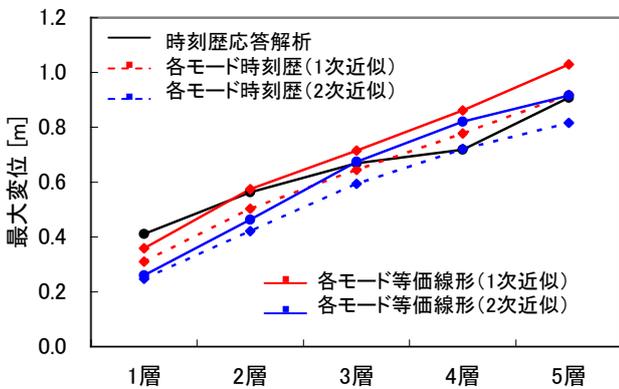


図 9 各層の最大変位

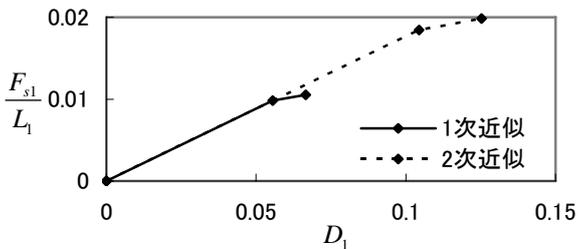


図 10 1 次モードの履歴曲線

図 9 では、「1次近似」あるいは「2次近似」で求めた

履歴曲線を用いて、各モードの最大応答変位を求める際に時刻歴応答解析を用いたものを赤と青の破線、同じく 2.1 で提案した等価線形化法を用いたものを赤と青の実線で示した。すなわち、破線と実線の差の原因は等価線形化法の精度に基づくものとなる。また、時刻歴応答解析結果を目標値とすると、目標値と破線の差の原因は各モードの履歴曲線によるものと SRSS 法に基づくものとなる。

図 10 より、モードの履歴曲線は 1 次近似と 2 次近似で大きく異なり、2 次近似の履歴曲線の方が、降伏変位が大きいことがわかる。これは、図 8 (a) (b) からわかるように、降伏変位が大きくなると、弾性領域が増えるため、弾塑性最大応答変位は小さくなるからである。この傾向は、1 次モードに限らず、4 次モード以外のすべてのモードで同様であったため、図 9 の各モード時刻歴 (1 次近似) の最大変位が各モード時刻歴 (2 次近似) より大きくなったと考えられる。また、時刻歴応答解析や、等価線形化法に関らず、各モード時刻歴 (1 次近似) より各モード時刻歴 (2 次近似) の方が各モードの最大応答変位を近似する精度が低いことから、2 次近似で求めた履歴曲線は構造物の応答特性を正しく反映していないと考えられる。

### 4. まとめ

- 1) エネルギー法や変位法では、弾塑性応答の最大値を精度よく近似することは難しい
- 2) 従来の等価線形化法は、塑性率  $\gamma$  が大きくなるにつれて、弾塑性応答の最大値を精度良く近似することが難しくなるが、本研究が提案する等価線形化法はよい精度を保つ。
- 3) 弾性系の応答変位スペクトルが凹凸の激しい形状である場合は、本研究が提案する等価線形化法の精度は下がる。
- 4) 構造物の塑性後の剛性から決まる振動モードに応じた力を用いて求めた履歴曲線は、構造物の応答特性を正しく反映していない。

### 参考文献

- 1) 柴田 明德 : 最新建築シリーズ 9 最新耐震構造解析, pp41-144, 森北出版株式会社, 1981
- 2) Anil K. Chopra : DYNAMICS OF STRUCTURES Theory and Applications to Earthquake Engineering Third Edition, Pearson, pp165-767, 2007