# 1. 序論

構造物は、材料の一部に生じていたき裂により重大な破壊事故を引き起こすことがあるため、き裂解析は重要である。しかし、実際の構造物におけるき裂は、複数のき裂が干渉し、進展挙動も複雑である。それらを線形破壊力学の分野では、三つの独立した変形様式として、モードII(開口形変形)、モードII(面内せん断形変形)、モードIII(面外せん断形変形)に分類する。き裂の入った材料が圧縮荷重を受ける際、モードII とモードIIIの変形様式となることが知られている。その内、モードIIIに関してはある程度のことが調べられており、モードIIIに関しては、二次元的な扱いでの解析が進められている。

さらに、応力拡大係数は、き裂先端近傍での応力の特異性を表すもので、線形破壊力学の代表的なパラメータである。また、き裂進展時に解放されるエネルギーを表すエネルギー解放率も重要なパラメータである。応力拡大係数とエネルギー解放率の間には対応関係がある¹)。本研究の目的は、モードⅢき裂変形様式について、三次元有限要素法を用いた解析を行い、解析結果よりエネルギー解放率の算出を行う。

#### 2. 三次元有限要素法適用要素

アイソパラメトリック要素は三次元解析において 効果的に用いられているものである. 現在一般的に用いられているアイソパラメトリック要素は、未知関数 として変位を仮定し、要素の変位関数と形状の座標成 分数を等しくする. たとえば、立体要素では形状の座 標成分に対し、変位の座標成分を(u, v, w)で対応させることができる. 本研究では $\mathbf{2-1}$ に示す $\mathbf{8}$ 節点のアイソパラメトリック立体要素を使用した. この立体要素の局所座標系は、直方体要素の中心を原点とする直交座標系 $(\xi, \eta, \zeta)$ である. この直交座標系と全体座標系(x, y, z)との関係は式(1)のように仮定される. ここで、 $\mathbf{N}$ : 形状関数. 徳山工業高等専門学校 正会員 橋本 堅一 徳山工業高等専門学校 専攻科

環境建設工学専攻 学生会員 〇 安澤 かな 徳山工業高等専門学校 正会員 島袋 淳

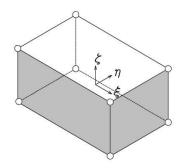


図-1 アイソパラメトリック立体要素

$$\begin{cases} x \\ y \\ z \end{cases} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} N \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} N \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} N \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} N \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} N \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} N \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} N \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} N \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} N \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} N \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} N \end{bmatrix} & \begin{bmatrix}$$

$$\lfloor N \rfloor = \lfloor N_1 \ N_2 \ \cdots \ N_8 \rfloor$$

$$\lfloor x_n \rfloor = \lfloor x_1 \ x_2 \ \cdots \ x_8 \rfloor^T, \ \cdots.$$

また、8節点のアイソパラメトリック立体要素での形状 関数は式(2)のようになる $^{2}$ .

$$N_{i} = \frac{1}{8} (1 + \xi \xi_{i}) (1 + \eta \eta_{i}) (1 + \zeta \zeta_{i})$$
 (2)

### 3. 応力拡大係数とエネルギー解放率

### 3.1 応力拡大係数

き裂先端近傍の応力分布は、き裂先端からの距離  $\mathbf{r}$  に対して、 $\mathbf{r}^{-1/2}$ の特異性を持つことが知られている。応力拡大係数は、き裂先端近傍での応力の強さを示すもので、 $[応力]\times[長さ]^{1/2}$ の次元をもつ。

# 3.2 応力拡大係数とエネルギー解放率

エネルギー解放率は、単位面積のき裂進展に伴って解放されるエネルギーであり、モードⅢの変形様式の場合、以下の関係式で表わされる<sup>1)</sup>.

$$g_{\text{II}} = \frac{K_{\text{II}}^2}{2G} = \left\{ \frac{(1+\nu)}{E} \right\} K_{\text{II}}^2$$
 (3)

ここで、 $g_{II}$ : エネルギー解放率、 $K_{III}$ : 応力拡大係数、E: 弾性係数、v: ポアソン比.

# 4. 解析方法

# 4.1 解析モデル

解析モデルは図-2に示すように、長さ1200mm、高さ200mm、幅200mmの直方体モデルである。このモデルを全方向20mm間隔で分割する。中央である長さ600mmの場所にき裂を入れモードⅢの変形様式となるように荷重をかける。また、き裂進展幅を2mmとするため、図-3に示すように高さ方向98mmの位置でも分割する。

#### 4.2 解析条件

荷重は自由面に接する部分(外側)では1kN,自由面に接しない部分(内側)では2kNをき裂面の両側の節点に逆向きにかけ、図-4に示すように二次元でみたときに片側20kNの集中荷重がかかるようにする。また、直方体モデルの両端は三方向とも固定する。弾性係数はE=2.0×10<sup>5</sup> (MPa)、ポアソン比はv=0.3とする。

### 4.3 解析方法

図-3に示すようにき裂進展幅を2mmとし、端部から順番に開放していく.その際の荷重載荷部の仕事量を合計し、開放していない場合の合計値から引く.それを、開放した部分の面積で割り、エネルギー解放率とする.これを、今回の解析モデルに対する応力拡大係数の厳密解から式(3)により換算されるエネルギー解放率と比較する.今回のモデルに対する二次元での厳密解は、き裂面に垂直な方向の長さを無限として次式で与えられる3.

$$F_{\text{III}(\alpha)} = \sqrt{\frac{\pi \alpha}{\sin(\pi \alpha)}}$$

$$\alpha = \frac{a}{w}$$

$$K_{\text{III}} = F_{\text{III}(\alpha)} \frac{2s}{\sqrt{\pi a}}$$
(4)

ここで、 $\alpha$ : モデル高さとき裂長さの比、a: き裂長さ、w: モデル高さ、 $F_{\Pi(\alpha)}$ : 補正係数、 $K_{\Pi}$ : 応力拡大係数、s: 単位幅あたりの荷重. また、 $F_{\Pi(\alpha)}$ は補正係数であり、全方向が無限長の場合に 1 となり、長さが制限される場合 1 より大きくなる係数である. 式(2)より、今回の解析モデルにおける厳密解は、 $\alpha$ =2、 $F_{\Pi(\alpha)}$ =1.2530、 $K_{\Pi}$ =14.142( $N\cdot mm^{-3/2}$ )となる. これを式(3)によってエネ

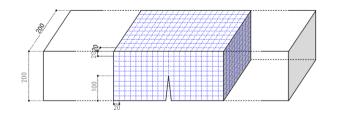


図-2 解析モデル (三次元)

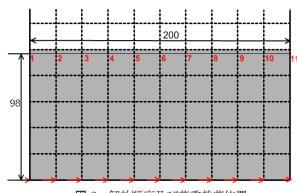


図-3 解放順序及び荷重載荷位置

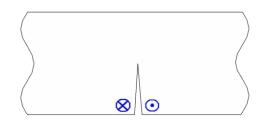


図-4 解析モデル (二次元)

ルギー解放率に換算し、解析結果と比較する.

# 5. 解析結果

解析結果の表記にあたり、便宜のため、幅方向 0mm を節点番号 1 とし幅方向 200mm まで、20mm 間隔で節 点番号をとる.

図-5 が解析結果である. 厳密解から算出したエネルギー解放率を 1 とし, 三次元有限要素法での解析から求めたエネルギー解放率と比較すると, 材料の両端部を除く部分では, 最大で 3.4%の誤差であるので検討には十分であるが, さらに精度を高める必要がある.

#### 6. 考察

図-5 の解析によるエネルギー解放率のグラフの形より,モードⅢでは材料の両端側でエネルギー解放率が大きくなることが分かる.これは、材料の両端部で応

力が集中することによるもので、この部分からき裂が進展していくことが分かる. 写真-1 はモードⅢの実験供試体である. この実験は、アクリル樹脂板に初期き裂を入れ、一軸圧縮載荷により純粋なモードⅢの変形様式としたものである. この実験においても、材料の両端部からき裂が進行している. このことから、今回の解析結果と実験結果が一致することが分かる.

また、今回の解析ではき裂進展幅を 2mm と設定した結果、最大 3.4%の誤差が生じた. 今後はき裂進展幅を さらに小さくすることによって、精度を上げる必要がある.

## 7. 結論

破壊力学の分野で、き裂先端近傍での応力特性や変形挙動を表すために、応力拡大係数やエネルギー解放率は重要なパラメータである。本研究での解析により、以下の結論が導かれる。

- (1) モードⅢき裂変形様式では、材料の両端部のエネルギー解放率が他の部分に比べて大きくなる.これは、この部分からき裂が進行することを表す.
- (2) き裂進展幅 2mm で行った解析でも、二次元での厳密解から算出したエネルギー解放率とある程度一致することが分かる. さらに精度の良い三次元でのエネルギー解放率を求めるために、き裂進展幅を小さくすることが必要である.

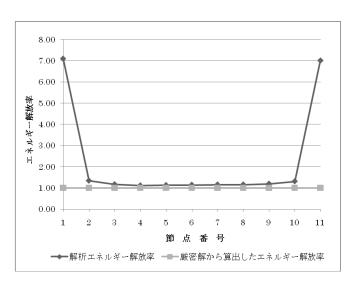


図-5 エネルギー解放率解析結果



写真-1 モードⅢでの実験供試体

#### 参考文献:

- 1) 岡村弘之:線形破壞力学入門, pp. 15-29, 培風館, 1976.
- 2) 鷲津久一郎,宮本博,山田嘉昭,山本善之,川井忠彦:有限要素法ハンドブック, I 基礎編,pp356-359,pp367-404,培風館,1981.
- Y.MURAKAMI : STRESS INTENSITY FACTORS
   HANDBOOK, Volume2, pp961-962, Pergamon Press, 1987