# 1. 序論

構造物は、材料の一部に生じていたき裂により重 大な破壊事故を引き起こすことがあるため、き裂解 析は重要である.しかし、実際の構造物におけるき 裂は、複数のき裂が干渉し、進展挙動も複雑である. それらを線形破壊力学の分野では、三つの独立した 変形様式として、モードI(開口形変形)、モードII (面内せん断形変形)、モードIII(面外せん断形変形) に分類する.き裂の入った材料が圧縮荷重を受ける

際,モードⅡとモードⅢの変形様式となることが知られている.その内,モードⅡに関してはある程度のことが調べられており,モードⅢに関しては,二次元的な扱いでの解析が進められている.

さらに、応力拡大係数は、き裂先端近傍での応力 の特異性を表すもので、線形破壊力学の代表的なパ ラメータである.また、き裂進展時に解放されるエ ネルギーを表すエネルギー解放率も重要なパラメー タである.応力拡大係数とエネルギー解放率の間に は対応関係がある<sup>1)</sup>.本研究の目的は、モードⅢき 裂変形様式について、三次元有限要素法を用いた解 析を行い、解析結果よりエネルギー解放率の算出を 行う.

### 2. 三次元有限要素法適用要素

アイソパラメトリック要素は三次元解析において 効果的に用いられているものである.現在一般的に用 いられているアイソパラメトリック要素は,未知関数 として変位を仮定し,要素の変位関数と形状の座標成 分数を等しくする.たとえば,立体要素では形状の座 標成分に対し,変位の座標成分を(u, v, w)で対応さ せることができる.本研究では図-1に示す8節点のア イソパラメトリック立体要素を使用した.この立体要 素の局所座標系は,直方体要素の中心を原点とする直 交座標系(ξ, η, ζ)である.この直交座標系と全体座標 系(x, y, z)との関係は式(1)のように仮定される.ここ で,N:形状関数.

徳山工業高等専門学校 専攻科	
環境建設工学専攻 学生会員 〇 安澤 カ	いな
徳山工業高等専門学校 正会員 島袋	淳



図-1 アイソパラメトリック立体要素

$$\begin{cases} x \\ y \\ z \end{cases} = \begin{bmatrix} \lfloor N \rfloor & \lfloor 0 \rfloor & \lfloor 0 \rfloor \\ \lfloor 0 \rfloor & \lfloor N \rfloor & \lfloor 0 \rfloor \\ \lfloor 0 \rfloor & \lfloor 0 \rfloor & \lfloor N \rfloor \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lfloor x_n \rfloor \\ y_n \rfloor \\ \lfloor z_n \rfloor \end{bmatrix}$$
(1)

$$\begin{bmatrix} N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1 & N_2 & \cdots & N_8 \end{bmatrix}$$
$$\begin{bmatrix} x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \cdots & x_8 \end{bmatrix}^T, \quad \cdots$$

また,8節点のアイソパラメトリック立体要素での形状 関数は式(2)のようになる<sup>2)</sup>.

$$N_{i} = \frac{1}{8} \left( 1 + \xi \xi_{i} \right) \left( 1 + \eta \eta_{i} \right) \left( 1 + \zeta \zeta_{i} \right)$$

$$\tag{2}$$

# 3. 応力拡大係数とエネルギー解放率

3.1 応力拡大係数

き裂先端近傍の応力分布は、き裂先端からの距離 r に対して、 $r^{-1/2}$ の特異性を持つことが知られている.応 力拡大係数は、き裂先端近傍での応力の強さを示すも ので、[応力]×[長さ]<sup>1/2</sup>の次元をもつ.

#### 3.2 応力拡大係数とエネルギー解放率

エネルギー解放率は、単位面積のき裂進展に伴って解 放されるエネルギーであり、モードⅢの変形様式の場 合、以下の関係式で表わされる<sup>1)</sup>.

$$g_{\rm III} = \frac{K_{\rm III}^2}{2G} = \left\{ \frac{(1+\nu)}{E} \right\} K_{\rm III}^2$$
 (3)

ここで, g<sub>II</sub>: エネルギー解放率, K<sub>II</sub>: 応力拡大係数, E: 弾性係数, v: ポアソン比.

## 4. 解析方法

### 4.1 解析モデル

解析モデルは図-2に示すように、長さ1200mm、高さ 200mm、幅200mmの直方体モデルである.このモデルを 全方向20mm間隔で分割する.中央である長さ600mmの場 所にき裂を入れモードⅢの変形様式となるように荷重を かける.また、き裂進展幅を2mmとするため、図-3に示 すように高さ方向98mmの位置でも分割する.

#### 4.2 解析条件

荷重は自由面に接する部分(外側)では1kN,自由面に接 しない部分(内側)では2kNをき裂面の両側の節点に逆向 きにかけ、図-4に示すように二次元でみたときに片側 20kNの集中荷重がかかるようにする.また,直方体モデ ルの両端は三方向とも固定する.弾性係数はE=2.0×10<sup>5</sup> (MPa)、ポアソン比はv=0.3とする.

#### 4.3 解析方法

図-3に示すようにき裂進展幅を 2mm とし,端部から 順番に開放していく.その際の荷重載荷部の仕事量を 合計し,開放していない場合の合計値から引く.それ を,開放した部分の面積で割り,エネルギー解放率と する.これを,今回の解析モデルに対する応力拡大係 数の厳密解から式(3)により換算されるエネルギー解放 率と比較する.今回のモデルに対する二次元での厳密 解は、き裂面に垂直な方向の長さを無限として次式で 与えられる<sup>3)</sup>.

$$F_{\mathrm{III}(\alpha)} = \sqrt{\frac{\pi\alpha}{\sin(\pi\alpha)}}$$

$$\alpha = \frac{a}{w}$$

$$K_{\mathrm{III}} = F_{\mathrm{III}(\alpha)} \frac{2s}{\sqrt{\pi a}}$$
(4)

ここで、 $\alpha$ :モデル高さとき裂長さの比、a:き裂長さ、 w:モデル高さ、 $F_{III(\alpha)}$ :補正係数、 $K_{III}$ :応力拡大係数、 s:単位幅あたりの荷重.また、 $F_{III(\alpha)}$ は補正係数であり、 全方向が無限長の場合に1となり、長さが制限される 場合1より大きくなる係数である.式(2)より、今回の 解析モデルにおける厳密解は、 $\alpha=2$ 、 $F_{III(\alpha)}=1.2530$ 、  $K_{III}=14.142(N \cdot mm^{-3/2})$ となる.これを式(3)によってエネ



**図-4** 解析モデル(二次元)

ルギー解放率に換算し,解析結果と比較する.

## 5. 解析結果

解析結果の表記にあたり,便宜のため,幅方向 0mm を節点番号1とし幅方向 200mm まで,20mm 間隔で節 点番号をとる.

図-5 が解析結果である.厳密解から算出したエネル ギー解放率を1とし、三次元有限要素法での解析から 求めたエネルギー解放率と比較すると、材料の両端部 を除く部分では、最大で3.4%の誤差であるので検討に は十分であるが、さらに精度を高める必要がある.

## 6. 考察

図-5 の解析によるエネルギー解放率のグラフの形よ り、モードⅢでは材料の両端側でエネルギー解放率が 大きくなることが分かる.これは、材料の両端部で応 カが集中することによるもので,この部分からき裂が 進展していくことが分かる.**写真-1**はモードⅢの実験 供試体である.この実験は,アクリル樹脂板に初期き 裂を入れ,一軸圧縮載荷により純粋なモードⅢの変形 様式としたものである.この実験においても,材料の 両端部からき裂が進行している.このことから,今回 の解析結果と実験結果が一致することが分かる.

また,今回の解析ではき裂進展幅を 2mm と設定した 結果,最大 3.4%の誤差が生じた.今後はき裂進展幅を さらに小さくすることによって,精度を上げる必要が ある.

## 7. 結論

破壊力学の分野で,き裂先端近傍での応力特性や変 形挙動を表すために,応力拡大係数やエネルギー解放 率は重要なパラメータである.本研究での解析により, 以下の結論が導かれる.

 (1) モードⅢき裂変形様式では、材料の両端部のエネ ルギー解放率が他の部分に比べて大きくなる.これは、
 この部分からき裂が進行することを表す.

(2) き裂進展幅 2mm で行った解析でも、二次元での厳密解から算出したエネルギー解放率とある程度一致することが分かる. さらに精度の良い三次元でのエネルギー解放率を求めるために、き裂進展幅を小さくすることが必要である.



図-5 エネルギー解放率解析結果



写真-1 モードⅢでの実験供試体

### 参考文献:

- 1) 岡村弘之:線形破壞力学入門, pp. 15-29, 培風館, 1976.
- 2) 鷲津久一郎,宮本博,山田嘉昭,山本善之,川井忠彦:有限 要素法ハンドブック,I基礎編,pp356-359,pp367-404,培風 館,1981.

3) Y.MURAKAMI : STRESS INTENSITY FACTORS

HANDBOOK, Volume2, pp961-962, Pergamon Press, 1987