

山口大学大学院 学生会員 ○坂本道泰
山口大学大学院 学生会員 荒巻英世
山口大学大学院 正会員 朝位孝二

1. はじめに

自由水面を持つ流れの数値解析では密度関数法が良く用いられる。この手法は気相、液相を同時に解くものである。しかし、この密度関数法という手法は、数値拡散により水面がぼやけてしまい、結果として液相体積の保存や現象の再現性に問題が生じてしまう。ここで、朝位・坪郷らはこの手法に対して液相体積の保存を保証しかつ水面をシャープに維持する方法を開発した¹⁾。これを体積補正法と名付けている。朝位・坪郷らはダムブレイク問題でその妥当性を検証したが、これは閉じた境界（たとえば水槽）の水の運動に関するものである。開水路流れのように開いた境界にはまだ適用されていない。本研究では開いた境界における体積補正法の適用法を開発し、その段落ち流れ場への応用を試みた。

2. 計算方法

現象の数値解析に用いる基礎方程式は多次元非圧縮性流体に対する連続式(1)、運動の方程式(2)、密度の保存式(3)から構成される。

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla(\mathbf{u} \cdot \mathbf{u}) = \frac{1}{\rho}(\mathbf{F} - \nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u}) \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (3)$$

そして解析は、自由水表面を持つ流れ解析の有力な手法の一つである、密度関数法を用いて行う。密度関数法では、密度場を密度の保存式から直接求めるのではなく、密度関数 ϕ ($0 \leq \Phi \leq 1$)の保存式(4)を解くことで求める。

$$\frac{\partial \Phi}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u} \Phi) = 0 \quad (4)$$

$\Phi=0$ で気相、 $\Phi=0.5$ で気液界面、 $\Phi=1.0$ で液相を表す。また、このまま計算を行うと、数値拡散を起

こしてしまい、計算データに数値誤差を招く原因となってしまうので、計算の過程にこの数値拡散を抑える働きを持つ手法として体積補正法を適用する。

3. 体積補正法について

朝位・坪郷らに体積補正法の詳細は紙面の都合上割愛する。体積補正法では合わせるべき液相体積が必要である。出入りの無い閉じた境界では、初期体積がそれになる。しかし、開水路流れのように開いた境界では、液相の体積が時刻と共に変化してしまう。そこで時刻ごとに計算領域内に存在する液相の体積 $V_{Tag}(t)$ を算出した。流入する量 Q_{in} と流出する量 Q_{out} を算出し以下の式(5)によって液相の総体積を求めた。

$$V_{Tag}(t) = V_{Tag}(t-dt) + Q_{in} \cdot dt - Q_{out} \cdot dt \quad (5)$$

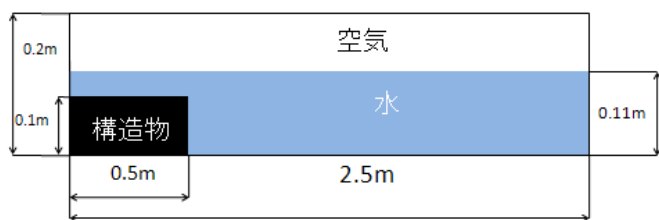
この液相の総体積を体積補正法に組み込むことにした。

4. 開水路の段落ち流れによるシミュレーション

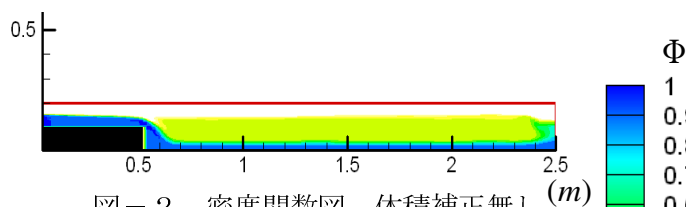
自由水表面流れの検証問題の一つとして、開水路の段落ち流れを用いて体積補正法についての検証を行う。初期条件は図-1 に示す配置であり、各物性値を表-1 に示す。計算条件として計算格子間隔が $\Delta x = 0.02\text{m}$, $\Delta y = 1.0\text{m}$, $\Delta z = 0.005\text{m}$, とし、時間刻みは $\Delta t = 0.001\text{sec}$ で一定値とした。境界条件として、河床および構造物は滑り無しの固体壁とした。対象モデルは、水路の長さを2.5m、水路の高さは0.2mとし、段落ちを作るための構造物を高さ0.1m、長さを0.5mと設定した。

表-1 モデル計算で使用した物性値

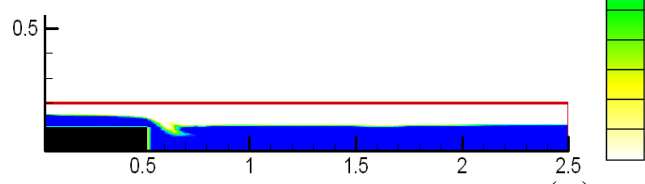
物性	値
水の密度	1000kg/m ³
空気の密度	1.25kg/m ³
水の粘性係数	1.0×10 ⁻³ (Pa・s)
空気の粘性係数	1.5×10 ⁻⁵ (Pa・s)
重力加速度	9.80(m/s ²)



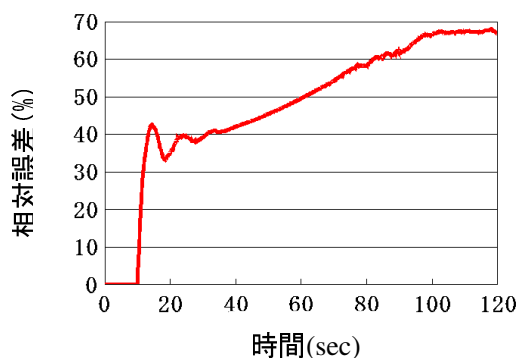
図－１ 開水路の段落ちモデルの初期配置



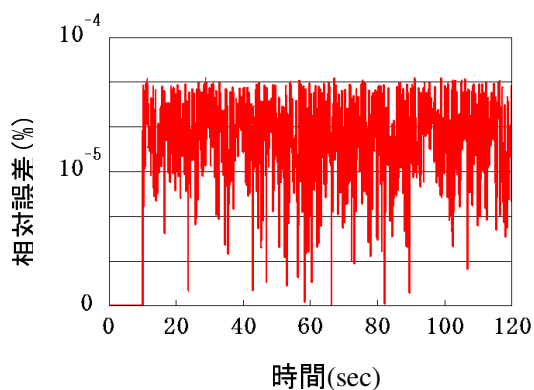
図－２ 密度関数図 体積補正無し (m)



図－３ 密度関数図 体積補正有り (m)



図－４ 液相体積の相対誤差 体積補正無し



図－５ 液相体積の相対誤差 体積補正有り

５．実験結果

上記においての実験結果を図－２，図－３で示す。結果の図は、それぞれ縦軸に高さ(m)、横軸に底面(m)をとったものであり、青色は液相、緑は気液界面を示している。体積補正を行わない場合には液体でも気体でもない状態が存在している。これが、計算時に発生する数値拡散である。ここで、体積補正法を適用した場合、数値拡散による水面のぼやけがないことがわかる。

また、図－４，図－５は、液相体積の相対誤差をグラフにしたものである。縦軸には相対誤差(%)をとり、横軸には時間(t)をとったものである。こちらも同様に体積補正法を適用、適用しなかった結果を比較したところ、適用しなかった場合では、最大で65%以上もの相対誤差が発生してしまっていることがわかる。一方、体積補正法が適用されている結果では、相対誤差が最大で 1.0×10^{-4} %ほどの小さい誤差だということが確認できた。

これらを踏まえて、体積補正法を用いることによって、より正確な計算ができたのではないかと推測される。

６．まとめ

今回は、密度関数法に体積補正法を加えた計算方法によって開水路の段落ち流れのシミュレーションを行った。結果として、体積補正法を加えることによって数値拡散を抑えることができ、より正確な計算結果を得られたと考えられる。今回用いた密度関数法による開水路のプログラムはまだ乱流モデルを取り入れていない。しかし実際の河川は乱流であり、更に河床には様々な形をした障害物が存在する。今後は、そのような障害物を想定しつつ、乱流モデルを組み込んで行き、最終的には河川を流れる水だけでなく、その河床の変動も加えて、数値計算によるシミュレーションを行っていきたいと考えている。

参考文献

- 1) 朝位孝二，坪郷浩一：密度関数法による自由水表面流れ解析のための体積補正法に関する研究，土木学会論文集，No. 810/II-741，pp.127-132，2006
- 2) 梶川勇樹，道上正規，松原雄平，檜谷治，中本英利：段落ち部における常射流混在流れの数値計算，水工学論文集，第 47 巻，pp.823-828，2003