

共振特性を利用したつるべ式波力発電装置の評価

山口大学大学院	正	○種 浦 圭 輔
山口大学大学院	フェロー	羽 田 野 袈 裟 義
山口大学大学院	学	Koirala, Pallav
山口大学大学院	学	松 岡 克 弥
(株) ベイカレントコンサルティング	非	前 田 功 清
東京大学生産技術研究所	非	中 野 公 彦

1. 諸論

本研究グループはプーリ・ワイヤ・フロート・カウンタウェイト・ラチェット機構から構成されるつるべ式波力エネルギー変換装置（可動物体型）を開発中である。これまでの研究において、本方式の波力発電システムの稼働に関して力学モデルを提示している。このモデルは水槽実験の結果を程よく再現することが確かめられた。また、モデル計算により波の周期が装置の固有周期に近い場合に共振する状況が示唆された。その力学モデルを用いて共振特性を検討する。その際フロート位置の水面からの相対座標を用い、変位応答倍率などで共振を評価している。また実機を想定し、発生電力などを波の周期と装置の固有周期の関係で調べている。さらに特定のフロート比重に対して、フロートの高さ／直径比の効果を検討し実機のプロトタイプ寸法の簡単な評価を行った。

2. 理論の構成

本システムのモデル図を図-1に示す。力学モデルは発電機関連の力学、静止無負荷状態でのフロート・カウンタウェイトの釣合式、発電機稼働中のフロートおよび回転体の運動方程式により構成される。また、装置稼働時にワイヤが弛緩したのち急に緊張するような危険な事態を避けるため、水面下降のみエネルギー変換することを想定してモデル計算を行う。ここでは本装置稼働の力学モデルと共振特性の解析モデルを示す。

2.1 力学モデル

2.1.1 発電機関連の力学

図-1において、発電機が駆動プーリに及ぼす反時計方向のトルクを τ 、発電機に発生する電流を i 、発生電圧を e 、駆動プーリの反時計方向の回転角を θ とすると次式の関係がある。

$$\tau = -Gk_{\tau}i \quad (1) \quad e = Gk_e \frac{d\theta}{dt} \quad (2)$$

ここで、 G はギア比、 k_{τ} はトルク係数、 k_e は誘導発電係数である。負荷抵抗 r に関する派生的な関係式として、 τ は式(3)で、発生電力 P_G は式(4)で与えられる。この抵抗で消費される電力を可能発電量とし、内部抵抗の影響は無視する。

$$\tau = -\frac{G^2}{r} k_{\tau} k_e \frac{d\theta}{dt} \quad (3) \quad P_G = r \cdot i^2 = r \left(\frac{-Gk_e}{r} \cdot \frac{d\theta}{dt} \right)^2 \quad (4)$$

2.1.2 無負荷・静止状態での釣り合い

フロート直径を D_f 、フロートとカウンタウェイトの質量をそれぞれ M_f と M_c 、この時のフロートの喫水深を h とおくと次式の関係がある。また ρ_w は海水の密度、 g は重力加速度である。

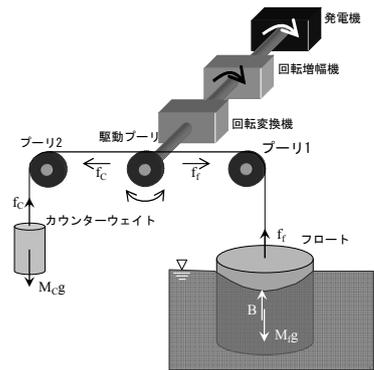


図-1 本システムのモデル図

$$M_c g + \frac{1}{4} \pi D_f^2 \rho_w h g = M_f g \quad (5)$$

2.1.3 稼働状態でのフロートの運動方程式

フロートの高さを H_f 、静止無負荷状態からのフロートの上昇量を x_f 、水面上昇量 x_w 、フロートに連結されたワイヤ張力を f_f として、フロート上下動の運動方程式は式(6)で与えられる。

$$M_f \frac{d^2 x_f}{dt^2} = f_f + \frac{1}{4} \pi D_f^2 \rho_w (h + x_w - x_f) g - M_f g + \frac{1}{8} C_D \rho_w \times \left[\frac{dx_w}{dt} - \frac{dx_f}{dt} \right] \left(\frac{dx_w}{dt} - \frac{dx_f}{dt} \right) \pi D_f^2 - \frac{1}{4} C_M D_f^2 \rho_w (h + x_w - x_f) \frac{d^2 x_f}{dt^2} \quad (6)$$

ここで、 h は無負荷静止時のフロートとカウンタウエイトの釣合状態における喫水深、 C_D と C_M はそれぞれ抗力係数と仮想質量係数である。なお、場合によってはフロートが宙吊り状態や全没水状態になるが、この装置稼働としてはフロートが一部没水を維持する状態が望ましいので、この場合についてのみ式を示した。

2.1.4 回転体の運動方程式

回転体の運動方程式は、駆動プーリの静止無負荷状態からの回転角を θ として次式で与えられる。

$$I \frac{d^2 \theta}{dt^2} + C \frac{d\theta}{dt} = \tau + (f_c - f_f) R_m \quad (7)$$

ここで、 I と C はそれぞれ回転系全体の回転慣性と機械系の摩擦による減衰を、駆動プーリの回転角加速度と回転角速度を用いて表現するための等価な慣性モーメントと減衰係数である。

また、フロート下降時のみ発電機を稼働させる場合は、式(7)は常に $\tau \geq 0$ になる。カウンタウエイト側の張力 f_c は、カウンタウエイト上昇の加速度を考慮すると次式で与えられる。

$$f_c = M_c \left(g + \frac{d^2 x_c}{dt^2} \right) \quad (8)$$

2.1.5 計算に用いる式

以上に示した基礎式の組み合わせにより、駆動プーリの回転角 θ を支配する式が次のように与えられる。

$$\left(\frac{I}{R_m} + (M_c + M_f) R_m + \frac{\rho_w \pi C_M D_f^2}{4} (h + x_w - R_m \theta) R_m \right) \frac{d^2 \theta}{dt^2} + \frac{1}{R_m} \left(C + \frac{G^2}{r} k_r k_e \right) \frac{d\theta}{dt} + \frac{\rho_w \pi}{4} D_f^2 R_m \theta = \frac{\rho_w \pi}{4} D_f^2 x_w + \frac{1}{8} C_D \rho_w \pi D_f^2 \left[\frac{dx_w}{dt} - R_m \frac{d\theta}{dt} \right] \left(\frac{dx_w}{dt} - R_m \frac{d\theta}{dt} \right) \quad (9)$$

式(9)を所定の波と初期条件に対して解き、 θ の時系列を求めると、時々刻々の $\dot{\theta}$ や $\ddot{\theta}$ が得られ、発生電力やワイヤ張力、トルク、フロート変位など力学諸量の時系列を求めることができる。ここで対象とする問題では、フロートが水面近くに一部没水状態で運動しているので、流体力係数 C_D と C_M の Re 数や KC 数への依存関係に関する既往の知見を利用することは適当でない。このため C_D と C_M をゼロと置いて共振特性の検討を行う。

2.1.6 計算条件

最も基本的な波として正弦波を与え、初期時刻 ($t=0$) までは発電機との連結をクラッチ・オフの状態にフロートが水面波に追従し、 $t=0$ で瞬時にクラッチ・オンの状態になり、発電機が稼働する場合を計算する。このとき、水面変動は式(10)、初期条件は式(11)で与えられる。

$$x_w = \frac{H}{2} \cos \left(\frac{2\pi}{T} t \right) \quad (10) \quad \theta(0) = \frac{H}{2R_m}, \quad \dot{\theta}(0) = 0 \quad (11)$$

2.2 共振特性の理論解析

2.2.1 共振特性の関係式

前述のように共振特性の解析は、抗力係数 C_D と仮想質量係数 C_M をともにゼロとおいて行う。この場合式(9)は次のようになる。

$$\left(\frac{I}{R_m} + (M_c + M_f)R_m\right) \frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{1}{R_m} \cdot \left(C + \frac{G^2}{r} k_e k_e\right) \frac{d\theta}{dt} + \frac{\rho g \pi}{4} D_f^2 R_m \theta = \frac{\rho g \pi}{4} D_f^2 x_w \quad (12)$$

この式は機械ロスとエネルギー変換を減衰項とする減衰振動の式であり、水面変動が強制項となっている。通常の質点と異なり、フロート変位は固定座標（系）ではなく、水面変位との相対座標で検討する。この状況を図-2に示す。質点が水面において作用している振動強制力の作用下で、水面と相対変位 z で運動している。この z により、ばねと類似の浮力が作用する。この設定で、質点の水位に対する相対変位は、式(13)で与えられ、さらに駆動プーリ回転角 θ は式(14)で与えられる。

$$z = R_m \theta - x_w \quad (13) \quad \theta = \frac{1}{R_m} (z + x_w) \quad (14)$$

θ を式(12)に代入し整理し、さらに式(10)を代入すると、次式が得られる。

$$\left(\frac{I}{R_m^2} + (M_c + M_f)\right) \frac{d^2z}{dt^2} + \frac{1}{R_m^2} \cdot \left(C + \frac{G^2}{r} k_e k_e\right) \frac{dz}{dt} + \frac{\rho g \pi}{4} D_f^2 z = \left(\frac{I}{R_m^2} + (M_c + M_f)\right) \frac{H}{2} \omega^2 \cos \alpha t + \frac{\left(C + \frac{G^2}{r} k_e k_e\right) H}{R_m^2} \frac{H}{2} \omega \sin \alpha t \quad (15)$$

上式右辺の三角関数を合成すると、

$$\left(\frac{I}{R_m^2} + (M_c + M_f)\right) \frac{d^2z}{dt^2} + \frac{1}{R_m^2} \cdot \left(C + \frac{G^2}{r} k_e k_e\right) \frac{dz}{dt} + \frac{\rho g \pi}{4} D_f^2 z = \sqrt{\left[\left(\frac{I}{R_m^2} + (M_c + M_f)\right) \frac{H}{2} \omega^2\right]^2 + \left[\frac{H \omega \left(C + \frac{G^2}{r} k_e k_e\right)}{2 R_m^2}\right]^2} \sin(\alpha t - \phi) \quad (16)$$

ここで、 ϕ は位相差である。この式を用いて、フロート上下動の共振特性を検討する。

2.2.2 システムの固有振動数と応答倍率

式(16)から、システムの不減衰固有振動数 ω_n と減衰比 ζ はそれぞれ次のように求められる。

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{\rho g \pi D_f^2}{4 \left\{ \frac{I}{R_m^2} + (M_c + M_f) \right\}}} \quad (17) \quad \zeta = \frac{C'}{2\sqrt{mk}} = \frac{\left(C + \frac{G^2}{r} k_e k_e\right)}{2\sqrt{\left(I \cdot R_m^2 + (M_c + M_f) R_m^4\right) \frac{\rho g \pi D_f^2}{4}}} \quad (18)$$

また強制振動による相対変位 z の振幅を x_0 とし、水面変動 x_w に対して静的に上下動するときのフロートの変位振幅 $x_{stat} (= F_0/k)$ とすると、これらの比は次式で表わされる。

$$\frac{x_0}{x_{stat}} = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2 + \left(2\zeta \frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}} \quad (19)$$

これが変位応答倍率である。

3. 数値的検討

3.1 共振の基本的な性質

共振基本性質を調べるために、フロート上下動の応答倍率と発生電力、そして最大ワイヤ張力と波の周期の関

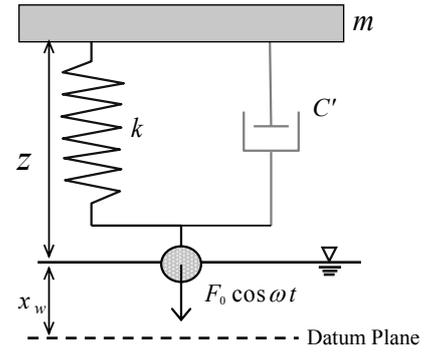


図-2 エネルギー変換系の共振解析の図

係を調べた。装置の諸元は実機を想定し、表-1のように設定した。

3.1.1 フロート変位による検討

図-3 は応答倍率を縦軸に、波の周期を横軸にとった周波数応答である。表-1の諸元に対して、システムの不減衰固有角振動数は $\omega_n=1.57$ (rad/s) で周期に換算すると 3.99 秒、減衰比は $\zeta=0.086$ である。波の周期 3.44 秒~4.08 秒の範囲で応答倍率が 3.0 以上の値を示しており、この範囲で共振の状態がうかがえる。なお、この図には波高の効果は表れない。

3.1.2 平均発生電力と最大ワイヤ張力による検討

次に平均発生電力と最大ワイヤ張力について、波高 0.3m の条件で波の周期 T との関係調べた。その結果が図-5 に示されている。図の左の縦軸は本システムの平均発生電力 P_G (kW)、右の縦軸は最大ワイヤ張力 f_f (kN) を示す。図より、共振周期に近い波の周期 3.44~4.08 秒で、1.5kW 以上を示しており、共振がエネルギー利得に有利であることを示している。最大ワイヤ張力についても、共振周期に近い周期の波で最大ワイヤ張力が大きい、相対的な変化の大きさは発生電力のそれに比べて小さい。

3.2 フロート諸元と固有周期の関係

次にフロート諸元により、固有周期 T_n がどのように変化するか調べる。ここでは円筒型フロートを想定し、フロート直径 D_f 、高さ H_f 、フロートの喫水率の効果に注目する。

図-6 は、表-1の機械諸元について、フロート比重 0.9、喫水率 0.6、0.7、0.8 の組に対して、システムの固有周期とフロートの形状比 D_f/H_f との関係を示したものである。図より、このフロート比重と喫水率の設定では、フロートの形状比 D_f/H_f が決定的な要素になることが分かる。検討した範囲では、固有周期が形状比 D_f/H_f の-1/3 乗で減少することが分かる。よってシステムの固有周期 T_n (s) は次の式で近似される。

$$T_n = \alpha \left(D_f / H_f \right)^{1/3} \quad (20)$$

ここで α は 3.1~3.8 程度の値であり、フロート比重と喫水率によって変化する。ゆえに、波の周期があまり変化しない海域では、システムの固有周期 T_n (s) が卓越周期に近くなるようにフロート諸元(形状比、比重、喫水率)を設定すれば、共振を利用した効率的なエネルギー変換が可能となる。

4. 結論

以上、つるべ式構成の波力発電装置の共振特性を理論的に検討した。要約すると次のようである。

- ① 力学検討により、本システムの不減衰固有角振動数として式 (17) を得た。
- ② 特定の装置に対して、時間平均の発生電力と一周期間の最大ワイヤ張力は波の周期によって変化するが、これらの値は波の周期とシステムの固有周期が一致する時にともに最大となる。
- ③ 装置の固有周期は、フロートの形状比 D_f/H_f によって系統的に変化し、式 (20) で表現される。

表-1 装置の諸元

Float	
Specific weight	0.9
Mass(t)	19.9
Initial submergence ratio	0.6
Diameter(m)	3
Height(m)	3
Counterweight mass (t)	
Driving pulley	
Mass(kg)	113.4
Radius(m)	0.42
Gear ratio	10

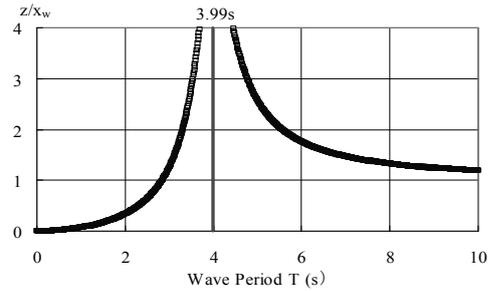


図-3 応答倍率と波の周期の関係

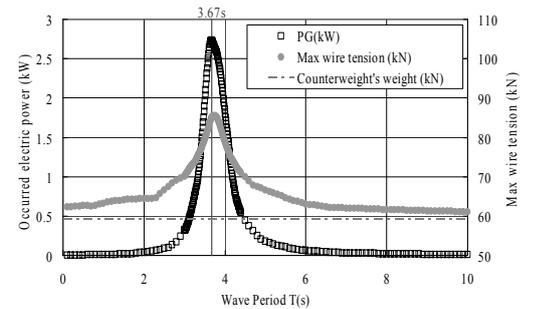


図-4 平均発生電力・最大ワイヤ張力と波の周期の関係

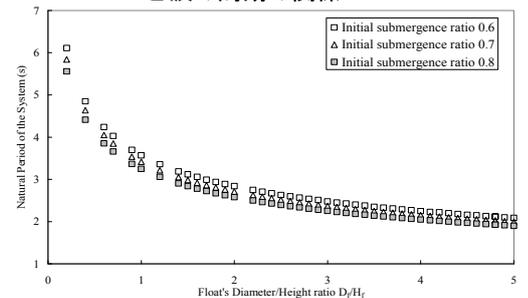


図-5 固有周期とフロート形状比の関係 (フロート比重 0.9)