ビジョンシステムを用いた構造物の振動特性の同定

広島大学大学院　正会員　○佐竹 亮一
広島大学大学院　フェロー会員　中村 秀治
広島大学大学院　石井 抱
広島大学大学院　辻 徳生

1. はじめに

近年，コンピュータやセンサなどに関する技術の発展は著しい．新たな技術として石井らによって高速高解像度ビジョンが開発されている．

本研究では高速ビジョン技術を活用して，構造全体の局所変位を同時多点計測ができることを前提に構造物の振動特性の同定について検討を行う．

具体的には，高速ビジョンにより同時に 100 点以上の標点の変位を 1/1000 秒間隔で取得し，応答変位波形から，固有直交関数展開により，固有振動数，固有モードを求め，構造物の振動特性を同定する．

2. 固有直交関数展開

固有直交関数展開はランダムに変動している変量の集合の全要素と最も良く相関する確定的関数 $\phi(x,y)$ を見つけることである．つまりランダムに変動する構造物の動的変位 $p(x,y,t)$ が与えられたとき，確定的関数 $\phi(x,y)$ への $p(x,y,t)$ の投影が最大となるものを捜す．正規化して式で表わせば，

$$\frac{\iint p(x,y,t)\phi(x,y)\,dxdy}{\sqrt{\iint \phi^2(x,y)\,dxdy}} \Rightarrow \max \tag{1}$$

である．式(1)の最大化は 2 乗平均の意味で求める．

$$\frac{\overline{\iint p(x,y,t)\phi(x,y)\,dxdy \cdot \iint p(x',y',t')\phi(x',y')\,dx'dy'}}{\iint \phi^2(x,y)\,dxdy} = \lambda > 0 \tag{2}$$

これは固有値問題で

$$\iint R_p(x,y,x',y')\phi(x',y')\,dx'dy' = \lambda\phi(x,y) \tag{3}$$

$R_p(x,y,x',y')$ は動的変位 $p(x,y,t)$ の空間相関である．$dxdy$ が長方形で一様に分布し，M 個の点での動的変位が得られている場合は，マトリクス表現で置き換えることができ，

$$\{R_p\}\{\phi\} = \lambda\{\phi\} \tag{4}$$

ここで $\{R_p\}$ ：動的変位の空間相関マトリクス，
$\{\phi\}$ ：空間相関マトリクスの固有ベクトル
λ ：空間相関マトリクスの固有値

式(4)から得られる固有ベクトル $\phi_m(x,y)$ の直交性を利用して，元の動的変位は

$$p(x,y,t) = \sum_{m=1}^{M} a_m(t)\phi_m(x,y) \tag{5}$$

と表される．ただし，

$$a_m(t) = \frac{\iint p(x,y,t)\phi_m(x,y)\,dxdy}{\iint \phi^2(x,y)\,dxdy} \tag{6}$$

ここで $a_m(t)$ ：m 次規準座標(m 次主成分),
$\phi_m(x,y)$:m 次固有ベクトル(m 次固有モード)

である．

3. 解析条件

図 1 に示す片持ちはりの自由端に打振によって加速度を与えたときの時刻歴応答の結果について検討する．時刻歴応答の計測点は図 1 に示す①から⑧の 8 点とする．解析モデルの条件は減衰定数を 0.02，密度 ρ =7.8kg/m^3，弾性係数 E=210GPa，矩形断面とした．固有振動数は 1 次モード 32.6Hz，2 次モード 202Hz，3 次モード 563Hz である．

時刻歴応答解析において変位計測点ごとに 1000Hz で 1.0 秒間取得した 1000 個のデータから固有直交関数展開を用いて解析する．

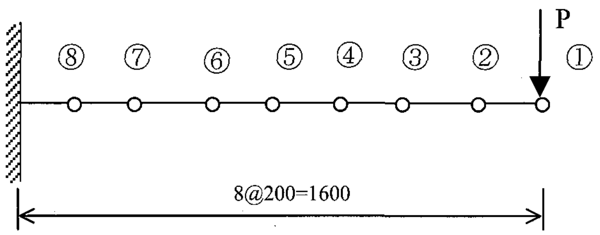

図 1 解析モデル

4. 解析結果

固有直交関数展開による解析から固有値と各次の寄与率および固有モードを表 1 に示す．表 1 から 1 次モードの寄与率は 99.8%でありデータの特性として 1 次モードが支配的であるといえる．1 次モードと 2 次モードの寄与率の和は 100%であり，データの時刻歴は 1 次モードと 2 次モードからあらわせる．図 2 に 1 次モードと 2 次モードの固有ベクトルを示す．固有ベクトルから 1 次モードは解析モデルの 1 次固有振動モードと同じ傾向がある．2 次モードは 2 次固有振動モードと同じ傾向があることがわかる．2 次モードは固有振動解析の結果と違いがある．これはデータを取得する計測点が少ないこと，データ取得の時間間隔が長いことによって解析できないことが考えられる．そこでデータの計測点をより密に配置し 16 点で計測した場合の結果を図 3 に示す．図 3 より計測点をより密に配置した 16 点計測の固有ベクトルは 8 点計測より固有振動解析結果に近いことがわかる．

また 3 次以上の固有ベクトルは 3 次固有振動モードと明らかに異なる．これは 3 次モードの寄与率が低く，自由振動の応答変位波形から直交固有値関数展開を用いて解析モデルの 3 次モードを分析することは困難である．

図 4 に 1 次規準座標値と 2 次規準座標値の時刻歴を示す．1 次規準座標の時刻歴の振動数は 32.3Hz であり，解析モデルの 1 次固有振動数 32.6Hz にほぼ等しいと考えられる．2 次規準座標の振動数は 174Hz となり，解析モデルの 2 次固有振動数 202Hz とは多少異なるが，計測点数を増やすことで精度を上げることが出来る．

5. 結論

構造物の時刻歴応答波形から固有直交関数展開を用いて固有モードから構造物の固有振動モード，新たに求めた規準座標の周期から構造物の固有振動数を求めることができた．また，固有値と寄与率から構造物の応答の支配的なモードを知ることができる．

参考文献

1) 田村幸雄：固有直交関数展開のランダム変動場への応用のすすめ，日本風工学会誌第 65 号，pp.33-40, 1995

表 1 固有直交関数展開による解析結果

次数	1 次	2 次	3 次	4 次
固有値	3.09E-03	6.85E-06	5.10E-09	3.60E-09
寄与率(%)	99.8	0.2	0.0	0.0
固有ベクトル	0.649	−0.516	0.094	−0.176
	0.527	−0.095	0.077	−0.143
	0.407	0.253	−0.170	0.855
	0.294	0.465	−0.258	−0.318
	0.191	0.505	−0.266	−0.342
	0.104	0.390	0.905	0.000
	0.040	0.193	0.000	0.000
	0.005	0.027	0.000	0.000

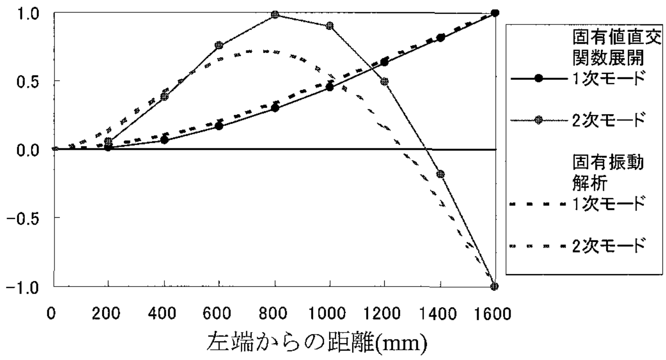

図 2 固有モードの比較

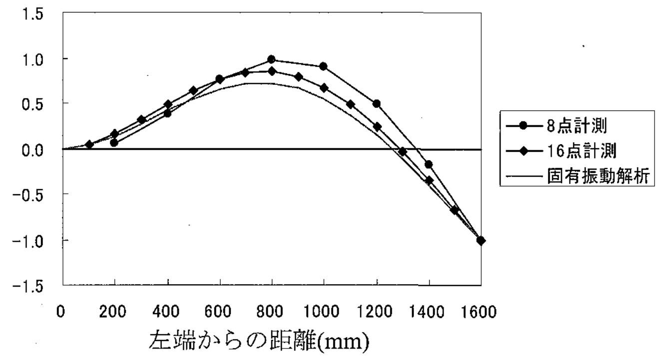

図 3 データ計測点数による固有ベクトルの変化

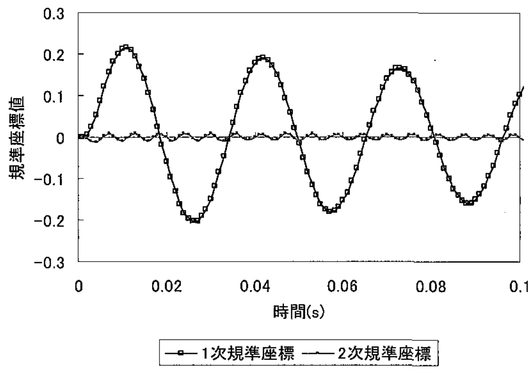

図 4 1 次および 2 次規準座標値