

EFGM を用いた水～土連成解析における安定化項の影響

松江工業高等専門学校 正会員 ○柴田 俊文
Northwestern University 非会員 Ted Belytschko
岡山大学環境学研究科 正会員 村上 章

1. はじめに

水～土連成問題の解析では、圧密初期に間隙水圧が振動するという現象（ロッキング）の存在が明らかになっている¹⁾。この問題の対処方法として、間隙水圧に関する形状関数の次数を変位のそれよりも一次以上下げる方法や、安定化項を導入する方法などがある。本研究では、メッシュフリー法の一つである、Element-Free Galerkin Method (EFGM)²⁾を水～土連成有限変形解析に用い、安定化項を考慮して解析を行った。最初にZienkiewicz et al.が用いたSaturated soil column testの解析により安定化項の効果を示し、次に三軸圧縮試験の解析に適用してその数値妥当性を検討した。

2. EFGM の定式化と安定化項

2.1 形状関数

図-1に水～土連成問題におけるEFGMの定式化を要約する。ここでEFGMの特徴として形状関数の与え方があり、EFGMでは移動最小二乗法（Moving Least Squares Method ; MLS）による関数近似を用いる。MLSは節点の情報のみから形状関数を作成するため、要素情報は必要とせず、変位だけでなくひずみ、応力も連続した値で得られるという利点を有する。

一方、有限要素法（Finite Element Method ; FEM）では解の安定性を確保するため間隙水圧に関する形状関数の次数を変位よりも一次下げる方法がとられることが多い。しかしEFGでは上述したようにMLSによって形状関数を求めているため、変位と間隙水圧の節点を異なるものにすることは不自然であり、MLSの重み関数を変化させて安定化を図る研究等がある³⁾。本研究では形状関数は変位と間隙水圧で同一とし、安定化項を考慮することで間隙水圧の空間振動を抑制する。

2.2 安定化項

本研究では、図-1にある連続式を弱形式で表した式に安定化項を付加する。下式の左辺最終項が安定化項である。

$$\begin{aligned}
 & - \int_V (trD) \delta h dV + \int_V v_w \cdot grad \delta h dV - \int_{\Gamma_q} \bar{q} \delta h dS - \int_{\Gamma_h} \beta (h_w - \bar{h}_w) \delta h dS \\
 & + \frac{\alpha}{2} \cdot \delta \int_V \dot{h}^2 dV = 0
 \end{aligned} \quad (1)$$

ここで、安定化項の α は安定化パラメータ、 h は間隙水圧、 V は体積を示す。空間振動が生じた場合、間隙水圧は鋸刃状の様相を示すため、各節点で微分値を得ることができない。式(1)の安定化項は間隙水圧の微分値を拘束することで、各節点の勾配を滑らかにし、振動を抑制することを目的としている。次に、EFGMに式(1)の安定化項を付加する際の特徴をFEMの形状関数との比較により述べる。FEMで解析する場合、2次の形状関数の場合でも安定化項の次数は一階微分により1次（線形補間）となる。それに対しEFGMではMLSを用いているため一階微分したものが滑らかであり、解の精度が低下しないという特徴がある。

3. 数値解析例

3.1 安定化の検討

次に図-2に示すSaturated soil column testの解析モデルを用いて解析し、安定化項の効果について検討を行う。

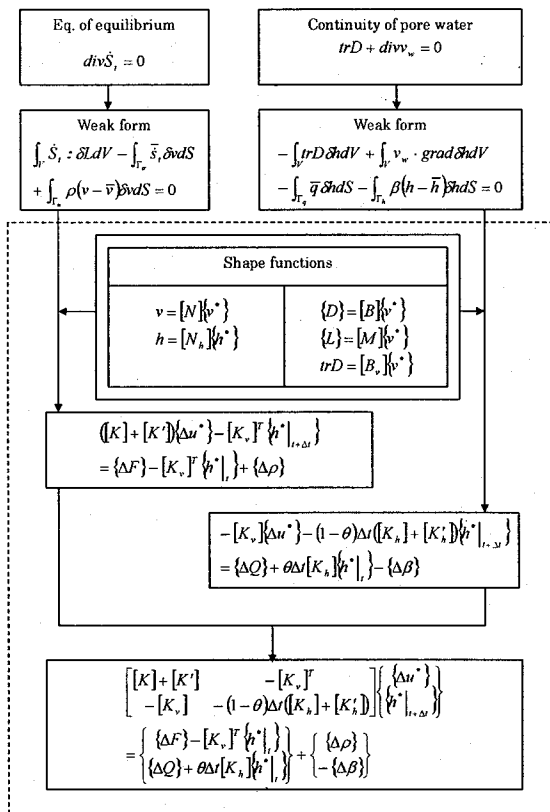


図-1 全体剛性方程式の導出

ここで、EFGMの領域積分に用いるバックグラウンドセルは $1.0\text{m} \times 1.0\text{m}$ （ただし境界部では $0.5\text{m} \times 0.5\text{m}$ ）で 5×5 のGauss積分を使用し、境界条件の処理にはペナルティ法を用いる。節点数は62（縦31個、横2個、節点間距離は 1m ）、形状関数は変位・間隙水圧ともに一次基底のQuartic spline型を採用し、サポート半径は 1.0 を使用する。ここでスケールファクター（バックグラウンドセルの長ささとサポート半径の比）は 1.5 として解析を行った。

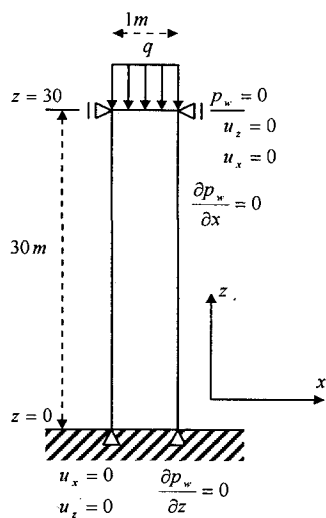


図-2 解析モデル

表-1に解析に用いた物性値を示す。ここで、透水係数は $1.0 \times 10^{-7} \text{ cm/sec}$ 、式(1)の α の値は 1.0 を用いて解析を行った。図-3に解析結果を示す。結果は载荷直後の間隙水圧の値を表しており、安定化項を考慮した結果、解が安定していることがわかる。

表-1 解析諸元

圧縮指数	λ	0.11
膨潤指数	K	0.04
限界状態定数	M	1.42
ポアソン比	ν	0.333
初期間隙比	e_0	0.83
初期体積比	$v_0 = 1 + e_0$	1.83
初期圧密応力 (p_a)	p'_0	3.0

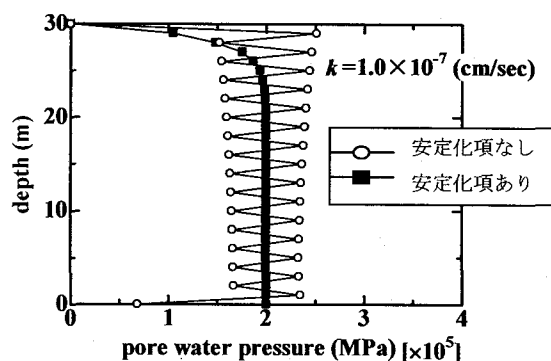


図-3 安定化項の影響

3.2 三軸圧縮試験の解析

次に、安定化項を付加して解析する際の、地盤工学の問題に対する適用性を検討するために、三軸圧縮試験の解析を非排水条件で変位制御により行った。図-4(a), (b)に解析モデルと初期節点配置を示す。なお、ここでは先の解析で用いた表-1と同様のものを使用し、バックグラウンドセルは $1.0\text{cm} \times 1.0\text{cm}$ （境界部は $0.5\text{cm} \times 0.5\text{cm}$ ）とした。図-5(a), (b)に安定化項を考慮していない結果（節点配置）と考慮している結果を示す。ここで、この結果は軸ひずみ 6% のものであり、安定化項を考慮して三軸圧縮試験の解析を行った場合、良好な結果が得られていることが確認できる。

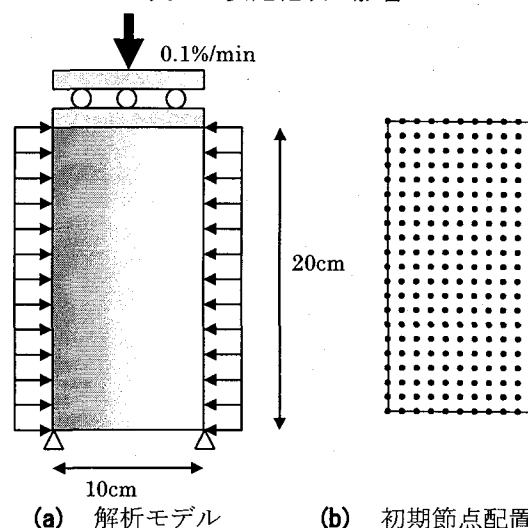


図-4 三軸圧縮試験の解析モデル

4. まとめ

本研究では、EFGMによる水～土連成有限変形解析時の間隙水圧の空間振動の抑制を目的に、安定化項を導入して解析を行った。数値解析例より、良好な結果が得られることが確認できた。また、三軸圧縮試験の解析に良好に適用できることがわかった。

参考文献

- 1) Mira, P., Pastor, M., Li, T. and Liu, X.: A new stabilized enhanced strain element with equal order of interpolation for soil consolidation problems, *Comput. Meth. Appl. Mech. Engrg.*, 192: 4257–4277, 2003.
- 2) Belytschko, T., Lu, Y.Y. and Gu, L.: Element-free Galerkin methods, *Int. J. Numer. Meth. Engrg.*, 37(5): 229-256, 1994.
- 3) Murakami, A., Setsuyasu, T. and Arimoto, S.: Mesh-free method for saturated soil within finite strain and its numerical validity, *Soils and Foundations*, 45(2): 145-154, 2005.

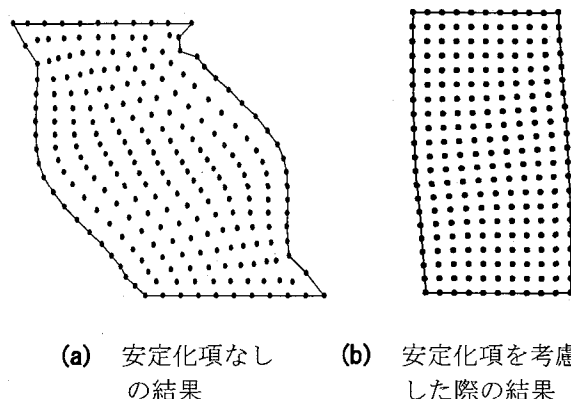


図-5 三軸圧縮試験の解析結果