重合ソロバン格子を用いた自由表面問題の数値解析

広島大学大学院工学研究科　正会員　○ 陸田秀実

1．はじめに

風波に代表されるような砕波を伴う自由表面境界層は, 数 mm～数 m のマルチスケールな流体現象であり, 時間スケールも大幅に異なる．このような複雑な自由表面境界層の数値解析に対して，粒子法に代表されるLagrange 的手法を適用することは困難であり，格子網に工夫を加えた Semi-Lagrange 的手法が有用である．特に、自由表面境界層付近の格子生成は、不等間隔格子による解の精度低下、高解像度による計算負荷の増大、界面極近傍の渦構造や砕波の再現性に大きな影響を与えるため，格子形成については注意が必要となる．

本研究では、重合格子法とソロバン格子法の併用によって，自由表面の複雑さに合わせて，必要な計算点を局所的に配置し，計算格子網を再構成する数値計算法を新たに提案し，本手法の自由表面境界層への適用性を検討したものである．

2．数値計算法

2．1　支配方程式とその解法

支配方程式は，質量保存式，非圧縮 Navier-Stokes 方程式，I 相の密度関数 ϕ_I の移流方程式である．ここで，I 相とは，気相，液相，固相を意味する．また，これらの支配方程式の解法には，Yabe ら(1991)によって提案された C-CUP 法に倣い，移流相と非移流相に分けた時間分離解法を採用し，移流相の計算の後，圧力に関するポアソン方程式から $n+1$ 時刻の圧力を計算し，最後に非移流計算を行っている．次いで，得られた流速場を基に，密度関数の移流計算を行う．

2．2　重合ソロバン格子

本研究の格子生成法の特徴は，重合格子法とソロバン格子法の併用によって高精度な自由表面追跡が可能となる点にある．

重合格子法（Steger *et al*, 1983）は，複数の格子を重ねあわせて，それぞれの格子間で情報を交換しながら流れ場を解く方法である．この方法は，複雑な形状の物体周りに一つの構造格子だけで格子生成する場合，格子の歪みが大きくなることや，一部分の格子の影響が他の部分に及ぶ等の問題が生じてしまうことを解消するために考えられたものである．このようにすると，各格子間で格子点や格子面を一致させる必要はなく，それぞれの格子をかなり独立して格子生成することができる．

一方，ソロバン格子法（Yabe *et al*, 2004）は，動的境界適合格子生成法の一種で，複雑な移動境界面を認識できる以下のようなモニター関数 M を導入することによって，物理量 f の空間微分の大きい場所に集中的に計算格子点を自動配置することが可能となる方法である．

$$M(x_i,t) \;=\; \left\{1+\alpha\left(\frac{\partial f}{\partial x_i}\right)^2\right\}^{1/2} + \beta\left(\frac{\partial^2 f}{\partial x_i^2}\right)^2$$

ここで，α，β は格子間距離を調整するパラメータである．

この方法は，図-1に示すように，ある方向に対してのみ，すべて垂直な直線上をスライドしながら計算点が動くことが可能な特殊格子系である．これによって，次節で述べる M 型 CIP 法の適用が簡単になるだけでなく，直線上の格子点数を自由に変える事ができる．

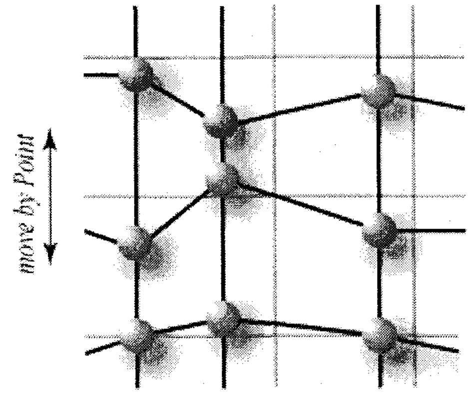

図-1　ソロバン格子法の概念図

本研究で提案する重合ソロバン格子法とは，気液相の流速・圧力場を求める計算領域全体に固定された主格子（以下，Main-grid）を配置するとともに，気液界面の移動に応じて格子網を毎時刻再構成することが可能な補助格子（以下，Sub-grid）を重ねて配置するものである．このSub-gridにソロバン格子法を適用することで，複雑な気液界面の形状に合わせて，毎時刻，必要な場所に必要なだけ格子網の再構成を行うことが可能となる．

2．3　CIP-CSL2法とM型CIP法による移流計算

CIP-CSL2(Conservative Semi-Lagrangian)法とは，数学的に保存が保証されるCIP法で，Nakamuraら(2002)によって提案されたものである．通常のCIP法は，物理量fとその微分値を用いて3次補間関数を構築するが，CIP-CSL2法は，物理量fとその積分値ρを用いて2次関数を構築するものである．本手法は，Main-Gridにおいて使用される．

M型CIP法とは，通常良く使用されている多次元空間に3次多項式を形成する方法をA型CIP法と呼ぶのに対して，ある方向にのみCIP法を適用し，その他の方向には1次風上差分（1次補間）を適用する方法の事をいう．この方法は，ソロバン格子との併用によって，高精度な移流計算が可能である．本手法は，ソロバン格子であるSub-gridにおいて使用される．

2．4　格子間の物理量補間

計算時に各格子間で逐次更新される物理量は，互いに補間する必要がある．本研究では，2次元場であることを考慮して，これを囲む4点のMain-gridでその物理量を最小二乗法により補間し，逆に，Sub-grid内部の点で囲まれるMain-gridはSub-gridの値により補間した．なお，補間する物理量fは、Main-GridからSub-Gridへは流速・圧力，Sub-GridからMain-Gridへは密度関数であり，毎時刻，補間が行われる．

3．数値計算結果

図-2は、実流体場同様の高密度比・高粘性比を有する自由表面問題に適用したものである．気流性状の変化に伴って自由表面（水面）が大変形し，その後，砕波，ジェット突入，再生波，しぶき等が再現されており，複雑な自由表面運動の追跡計算が可能であることが分かる．

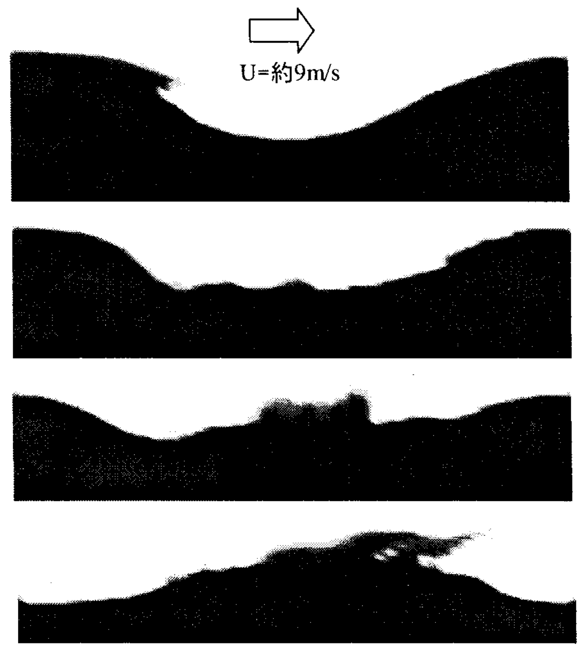

図-2　気流性状の変化に伴う自由表面の変形過程

4．まとめ

本研究では，重合格子法とソロバン格子法の併用による重合ソロバン格子法を新たに提案した．本手法は，自由表面の複雑さに合わせて，必要な計算点を局所的に配置し，計算格子網を再構成することが可能であり，自由表面境界層への適用が可能であることが明らかとなった．

参考文献

1) J. Steger et al. : A Chimera Grid Scheme ; Advances in Grid Generation, K. N. Ghia and U. Ghia, ASME FED-5, pp.59-69, 1983.

2) Nakamura T., R. Tanaka, T. Yabe and K. Takizawa : Exactly Conservative Semi-Lagrangian Scheme for Multi-dimensional Hyperbolic Equations with Directional Splitting Technique, *J. Comput. Phys.*, 174, pp.171-207, 2002.

3) Yabe, T. and P. Y. Wang : Unified Numerical Procedure for Compressible and Incompressible Fluid, *J. Phys. Soc. Japan*, **60**, pp.2105-2108, 1991.

4) Yabe, T., H. Mizoe, K. Takizawa, H. Moriki, Hyo-Nam Im and Y. Ogata : Higher-order schemes with CIP method and adaptive Soroban grid towards mesh-free scheme, *J. Comput. Phys.*, **194**, pp.57-77, 2004.