

密度流の数値計算に関する一考察

山口大学大学院 学○宇野勝哉

山口大学大学院 学 山本拓郎

山口大学工学部 正 朝位孝二

1. 結論

二種の流体の密度差が起因となり発生する流下・上昇運動のことを密度流と呼び，自然界において頻繁に発生する現象である．本研究は，密度流の数値計算において，移流項計算 scheme の違いにより計算どのような影響をもたらすのかを検討するものである．特にリミッターと呼ばれる数値振動を除去するアルゴリズムが計算結果に及ぼす影響を検討した．

2. 数値解析モデル

2.1 支配方程式

数値解析に用いる支配方程式は，多次元非圧縮性流体に対する連続式，運動方程式，密度の保存式の 3 式から構成される．

(i) 連続式

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

(ii)運動方程式

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial uu}{\partial x} + \frac{\partial vu}{\partial y} + \frac{\partial wu}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial uv}{\partial x} + \frac{\partial vv}{\partial y} + \frac{\partial wv}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial uw}{\partial x} + \frac{\partial vw}{\partial y} + \frac{\partial ww}{\partial z} = -\frac{\Delta \rho}{\rho_0} g - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right)$$

(iii)密度の保存式

$$\frac{\partial \Delta \rho}{\partial t} + \frac{\partial u \Delta \rho}{\partial x} + \frac{\partial v \Delta \rho}{\partial y} + \frac{\partial w \Delta \rho}{\partial z} = \varepsilon \left(\frac{\partial^2 \Delta \rho}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Delta \rho}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Delta \rho}{\partial z^2} \right)$$

ここで， u, v, w ： x, y, z 方向流速， p ：圧力， ρ_0 ：基準密度， $\Delta \rho$ ：密度偏差， g ：重力加速度である．

2.2 移流項計算 scheme

移流方程式は有限体積法による離散化を行い数値的に解く．圧力，物質濃度を格子の中央で，流速ベクトルの成分を格子側面で定義する完全スタガード格子系を用いる．

また移流項計算 scheme においては，3 次精度 TVD-MUSCL 法(以下 TVD 法)，朝位らが開発した 3 次精度保存形式 6-point scheme(以下 3C6P 法)¹⁾の 2 scheme を用いることにした．さらに，それぞれの場合での運動方程式および密度の保存式に制限関数 (リミッター)を用いた場合と用いない場合で，計 8case について計算を行った．ケース分けを表-1 に示す．

表-1 計算の組み合わせ

計算scheme	運動方程式	密度の保存式	
3次精度TVD-MUSCL	off	off	case-1
		on	case-2
	on	off	case-3
		on	case-4
3次精度保存形式6-point	off	off	case-5
		on	case-6
	on	off	case-7
		on	case-8

2.3 計算条件

本解析は，淡水(1000kg/m³)，塩水(1033kg/m³)の 2 層密度流の混合計算であり，初期条件として図-1 のように塩水を配置，その他の部分に淡水を配置し，自由混合させその密度流をシミュレートした．

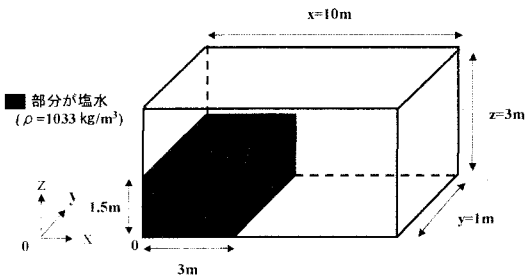


図-1 計算領域と初期条件

また，領域内の 6 壁面全て閉境界，スリップ条件とする．その際に各壁面での流速処理として，各面に直交する方向の流速は 0 とする．空間の計算格子間隔は全ての方向で 0.1m，時間間隔は 0.005sec である．

3. 数値解析と解析結果

保存性を満たすことはモデル構築にとって重要なことである．そこで，質量の保存性を検討する．表・2は計算開始から 50s 後の各 case における質量の相対誤差を%で示したものである．どちらの scheme を用いた場合も保存性は十分満足されることがわかるが, 3C6P 法を用いた場合の方が極めて高精度で満たされている．

表・2 50s後の各caseの質量相対誤差

	質量相対誤差(%)
case1-4	7.50×10^{-6}
case5-6	1.91×10^{-14}
case-7	2.20×10^{-12}
case-8	1.86×10^{-12}

原点を通過する xz 平面における 10s 後の各 case の密度差分布，ベクトルを図 2～6 に示す．case-1 と case-2 間では，また case-3 と case-4 間ではそれぞれ顕著な相違は見られなかった．

TVD 法では，運動方程式にリミッターをかけることによって，フロント付近などに生じていた渦が発生しなくなっている．安定した計算が行えるが，フロントの発達や連行を十分にシミュレートできない可能性がある．

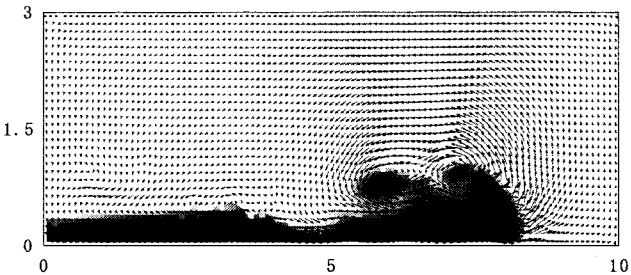
3C6P 法を用いた場合には, それぞれの方程式にリミッターをかけても大きな変化は見受けられない．しかし, case-5 に比べ case-7 の方が渦は抑制されている．また, 多少フロントの流動が変化している．

4. 考察

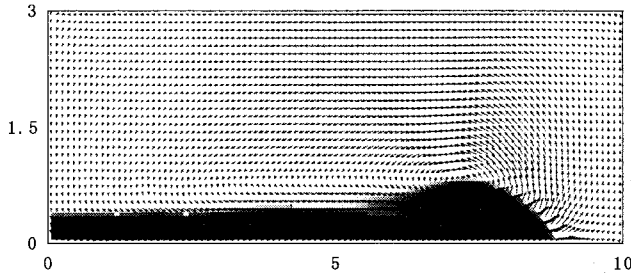
本解析では, 3C6P 法を用いると高精度な保存性が得られることがわかった．リミッターは不必要な数値振動を抑制し，濃度の負値が現れるのを防ぐが，渦運動までも抑制してしまう．とくに TVD 法ではそれが顕著であった．密度流の計算では 3C6P 法にリミッターを導入した場合，渦運動が極端に抑制されることなく，濃度の負値もでない．さらに保存性も十分満足できることが分かった．

参考文献

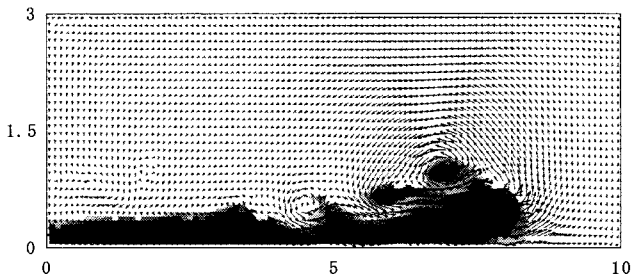
1) 朝位孝二・坪郷浩一・小松利光:特性曲線形式および保存形式高精度度 6-point scheme の開発，土木学会論文集，修正済投稿中



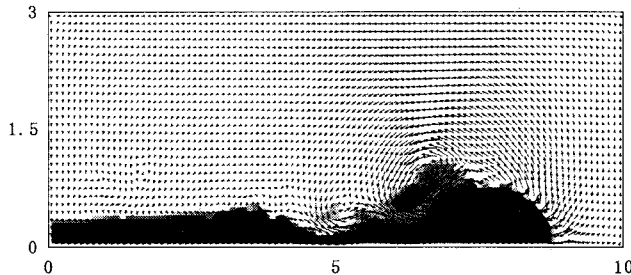
図・2 case-1 での密度差分布



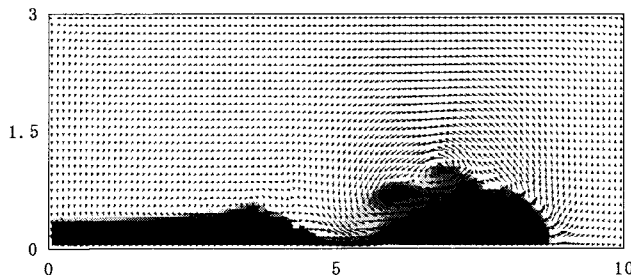
図・3 case-3 での密度差分布



図・4 case-5 での密度差分布



図・5 case-7 での密度差分布



図・6 case-8 での密度差分布