体積補正法を導入した密度関数法による開水路流れ解析

山口大学大学院　学○坪郷浩一
山口大学工学部　正　朝位孝二

1. 緒論

密度関数の移流方程式に高次精度差分スキームを使用した場合を対象にし，界面のぼやけを回避し体積を補正する手法を文献1)において提案した．文献1)では四方を固体壁で囲まれ閉じた領域におけるダム破壊問題を対象に体積補正アルゴリズムを検証した．本研究では，流出のある開放された場への適用方法について検討する．

2. 体積・質量補正計算[1]の開境界条件への適用

2.1 各時間ステップでの液相体積・計算領域内の全質量の評価

閉じた領域では初期体積と初期質量が保存される．そのため各時間ステップでの体積・質量はそれらの値になるように補正される．一方，開境界条件下では，流入量と流出量が存在するため参照されるべき量を随時更新する必要がある．流入・流出条件の模式図を図-1に示す．次ステップの参照されるべき体積と質量を流入量と流出量の収支量を考慮して以下のように評価する．

次ステップの参照液相体積：

$$V_{ref}^{n+1}(t)=V_{ref}^{n}(t)+u_{1,j}V_{1,j}\Delta y\Delta t-u_{i\max+1,j}V_{i\max,j}\Delta y\Delta t +v_{i,1}V_{i,1}\Delta x\Delta t-v_{i,j\max+1}V_{i,j\max}\Delta x\Delta t \tag{1}$$

次ステップの参照質量：

$$M_{ref}^{n+1}(t)=M_{ref}^{n}(t)+u_{1,j}\Phi_{1,j}\Delta y\Delta t-u_{i\max+1,j}\Phi_{i\max,j}\Delta y\Delta t +v_{i,1}\Phi_{i,1}\Delta x\Delta t-v_{i,j\max+1}\Phi_{i,j\max}\Delta x\Delta t \tag{2}$$

各時間ステップにおいて液相体積および計算領域内の全質量は式（1）および（2）で評価される値になる必要がある．

2.2 体積補正

本研究で提案する体積補正法の具体的な手順は以下の通りである．

まず式(3)を行いて現在時刻 t の液相体積 $V_{Liq}(t)$を計算する．置き換えた参照液相体積を $V_{ref}(t)$とおけば，現在時刻 t の体積誤差 $V_{Err}(t)$は次式で表せる．

$$V_{Err}(t)=V_{Liq}(t)-V_{ref}(t) \tag{3}$$

密度関数法では，液相体積の保存の問題が生じ，液体・気体部分の体積の増加・減少することが懸念される．本研究では，これを補正する方法として，体積補正のアルゴリズム[1]を導入した．体積補正のアルゴリズムは，式（4）に示す式を用いて体積補正量 L_{Err}を求め，式（5），（6）のような操作を行って補正を行う．

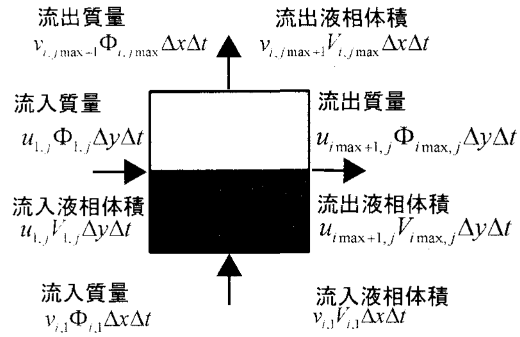


図-1　流入・流出条件の模式図(二次元)

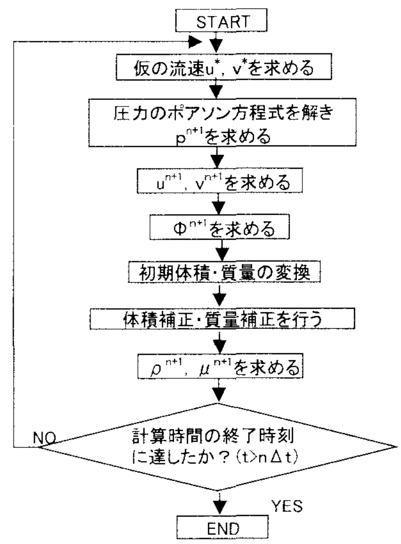


図-2　計算アルゴリズムのフローチャート

$$L_{Err}=\frac{V_{Err}(t)}{A(t)} \tag{4}$$

ここで，現在時刻 t の体積誤差 $V_{Err}(t)$，計算領域内の界面セルの総体積を $A(t)$とする．

$L_{Err}<0$ の場合

$$\Phi^{n+1}=\begin{cases}\Phi^{n+1}-L_{Err}\cdots\text{界面・液相セル}\\ \Phi^{n+1}+L_{Err}\cdots\text{気相セル}\end{cases} \tag{5}$$

$L_{Err}\geq 0$ の場合

$$\Phi^{n+1}=\begin{cases}\Phi^{n+1}-L_{Err}\cdots\text{界面・気相セル}\\ \Phi^{n+1}+L_{Err}\cdots\text{液相セル}\end{cases} \tag{6}$$

補正を行うと密度関数Φが 1 以上または 0 以下になる場合がある. この場合, 1 以上の値であれば 1 に, 0 以下の値であれば 0 にする.

2.3 質量補正

まず, 現在時刻 t の計算領域内の全質量 $M(t)$を計算する. 本研究では密度とΦ値は1対1の関係があるので, Φ値を計算領域内で積分すれば良い. 置き換えた参照全質量を $M_{ref}(t)$とおけば, 現在時刻 t の質量誤差 $M_{Err}(t)$は次式で表せる.

$$M_{Err}(t)=M(t)-M_{ref}(t) \tag{7}$$

体積補正法が逆に計算領域内の全質量保存を破綻させてしまう可能性がある. そこで質量補正のアルゴリズム[1]を導入した. 質量補正のアルゴリズムは, 式 (8) に示す式を用いて質量補正量 M_{Err} を求め, 式 (9) のような操作を行って補正を行う.

$$M_{Err}=\frac{M_{Err}(t)}{A_M(t)} \tag{8}$$

ここで, 現在時刻 t の質量誤差 $M_{Err}(t)$とする.

$$\Phi^{n+1}=\Phi^{n+1}-M_{Err} \tag{9}$$

非圧縮性流体の数値解法は MAC 法系の Fractional Step 法を用いている. 計算アルゴリズムのフローチャートを図-2 に示す.

3. 数値解析と解析結果

初期条件として, 水柱左端から水柱右端までの長さを 3.5L(L=0.15m), 右壁面を水柱左端から 4L, 水柱高さを底面から 2L の位置に設定し, 0.6×0.6m の水槽内における水柱破壊現象を崩壊開始から 3 秒後までをシミュレートした. 計算条件としては格子間隔が$\Delta x=\Delta y=0.015$m, 時間刻みは$\Delta t=0.0001$sec で一定値とした. 境界はすべて滑りありの固体壁とした. ただし, 右側壁を開境界条件とする. 本研究では, 使用した移流項計算スキームは運動方程式および密度関数移流方程式ともに 3 次精度 TVD-MUSCL 法である. 体積・質量補正を行わない場合は, 図-3, 4 のように液相体積の保存が悪く 1.5 秒後の液相体積の相対誤差は約 80%, 計算領域内全質量の相対誤差は約 80%である. 次に体積・質量補正を行った場合の結果を考察する. 体積・質量の相対誤差は概ね良好である. また, 図-5 では, 液相の挙動を表している. 体積・質量補正なしの場合は界面部分が広がっているが補正ありの場合は界面近傍の数値拡散も抑制され界面鋭敏化の効果があることが分かる.

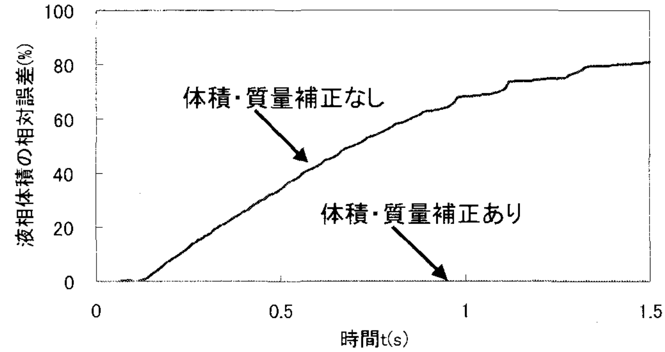


図-3 液相体積の開境界条件, 体積補正あり

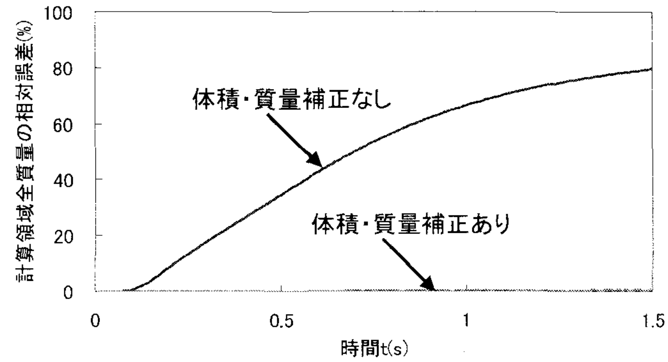
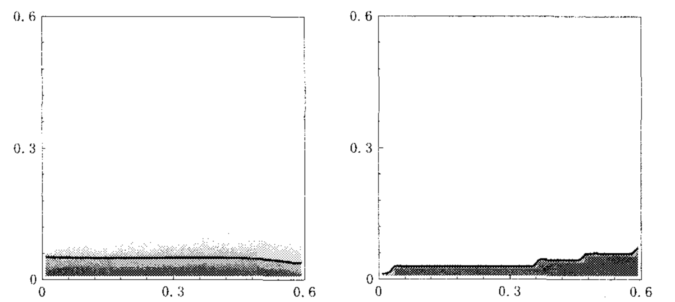


図-4 計算領域内全質量の開境界条件, 体積補正あり



(a) 体積・質量補正なし　(b) 体積・質量補正あり

図-5 液相の挙動 (1.5 秒後)

4. おわりに

流出のある開放された場への適用方法を検討した. 開境界条件でも体積・質量の保存が良好な結果を得た. 今後はより一般的な開水路流れに適用する予定である.

参考文献

1)坪郷浩一, 朝位孝二 : 密度関数法による自由水表面流れ解析のための体積補正法の開発, 水工学論文集, 第 49 巻, pp.697-702, 2005.