はりおよびケーブルのパラメトリック振動特性に関する数値解析的検討

広島大学工学部　学生会員　○藤本　慧
広島大学大学院　フェロー会員　中村　秀治
広島大学大学院　正会員　藤井　堅

1．はじめに

トラス構造部材，斜張橋のケーブルあるいはライザーのような軸力部材の他にも，薄板構造や薄肉円筒構造などにおいてもパラメトリック振動の発生が知られている．パラメトリック振動は周知の通り，復元力の係数が時間の周期関数となっているマシュー型方程式で支配される振動現象であり，パラメトリック共振は外力の振動数が構造系の固有振動数の２倍の時に生じる．数値解の特長として，減衰の考慮が容易であり，動的大変形解析を行うことにより大変形効果を含めて考慮できることが上げられるので，本研究では，数値解析的にパラメトリック振動をシミュレーションし，パラメトリック振動現象について数値解析の視点から考察することを目的としている．

2．一定軸圧縮力と変動荷重を受ける場合

Fig.1 に示す圧縮力を受けるはりの振動方程式は，

$$EI\frac{\partial^4 v}{\partial x^4}+(P_0+P_t\cos\omega t)\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+m\frac{\partial^2 v}{\partial t^2}=0 \quad \cdots(1)$$

である．

$$v(x,t)=f_k(t)sin\frac{k\pi x}{L} \quad \cdots(2)$$

とおき，式(1)に代入して整理すると，

$$f_k''+(\lambda+h^2\cos\omega t)f_k=0 \quad \cdots(3)$$

ここで，$\lambda=\omega_k{}^2(1-\frac{P_0}{P_{cr}})$，

$$h^2=\omega_k{}^2(1-\frac{P_0}{P_{cr}})\frac{P_t}{P_{cr}-P_0}$$

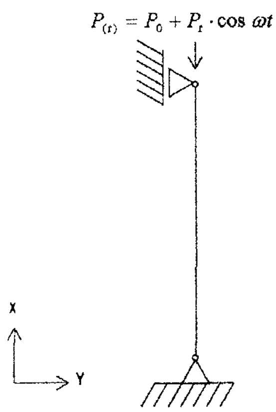

Fig.1　単純支持梁

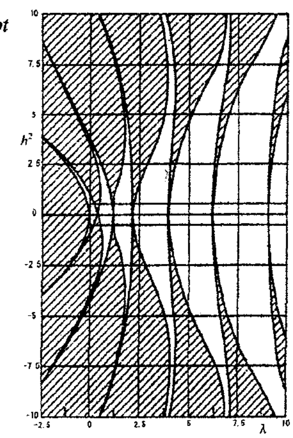

Fig.2　安定判別図

微分方程式(3)の解の安定・不安定領域について λ と h^2 を用いてグラフに表すと，Fig.2 のようになる．Fig.2 において白が安定領域で，斜線部が不安定領域である．

（考　察）

安定判別図において，λ と h^2 のペアを格子状に設定し，数値解析結果をもとに振動挙動の安定・不安定を判定した．Fig.3 と Fig.4 に安定振動は□で，不安定振動は○でプロットしている．減衰を考慮する場合としない場合で，安定判別の結果に違いが認められ，減衰が大きくなるほど安定領域の広がる様子が確認できる．Fig.3 と Fig.4 を作成する際に行った時刻歴解析の応答波形の一例を，Fig.5 に示す．

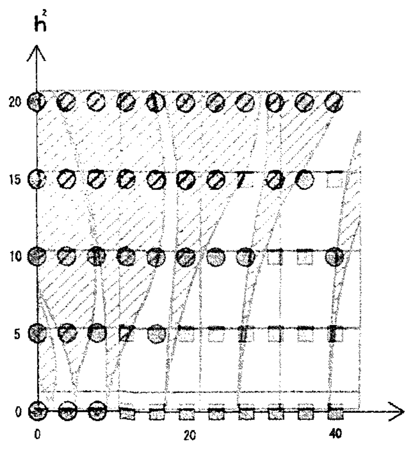

Fig.3　ζ=0 での解析結果

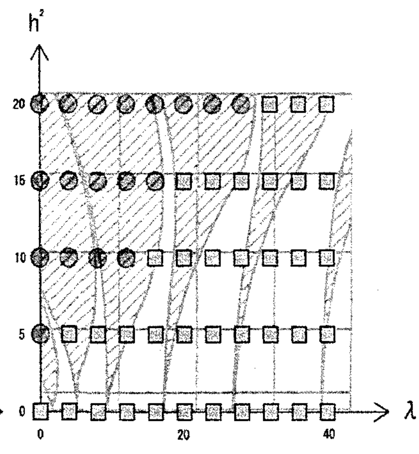

Fig.4　ζ=1.0 での解析結果

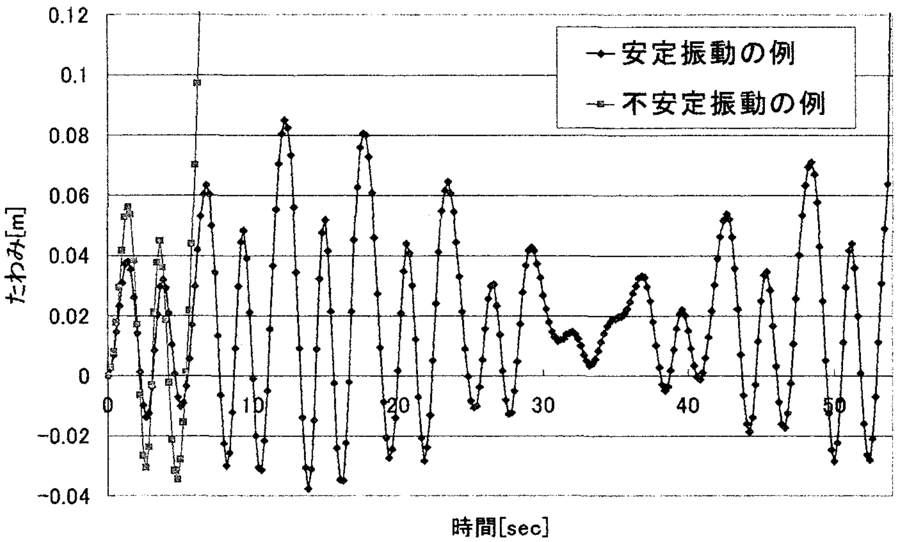

Fig.5　パラメトリック振動挙動の一例

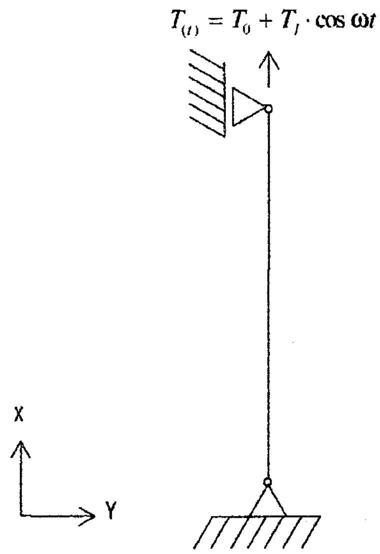

Fig.6　ケーブル

3．一定軸引張力と変動荷重を受ける場合

ケーブルの張力変動がある場合の弦振動を，係数励振型の方程式で表すと（Fig.6），

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \lambda^2 (1 - \frac{T_1}{T_0} \cos \omega t) \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0 \qquad \cdots\cdots (4)$$

ここで，$\lambda^2 = \dfrac{T_0}{\rho}$　T_0：張力　ρ：単位長さあたり質量

$T_1 \cos \omega t$：変動張力

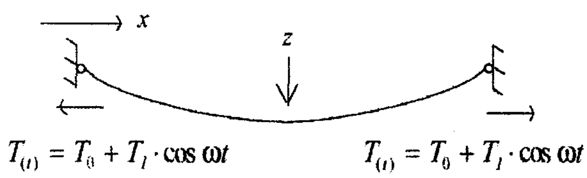

Fig.7　サグを考慮したケーブル

サグを考慮する場合の振動方程式を表すと(Fig.7)，

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \lambda^2 (1 - \frac{T_1}{T_0} \cos \omega t) \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - h \frac{d^2 z}{dx^2} = 0 \qquad \cdots (5)$$

ここで，h：付加水平張力　z：ケーブルの初期形状（サグ）

これらに対応する数値解析結果，および複数のはりおよびケーブルからなる構造系に関する数値解析結果については，発表当日に示す．

4．まとめ

理論的に導かれるマシュー型方程式において，外力に対しては変形の効果を考慮するものの，釣り合いに関しては変形前の位置で考えている（微小変形理論）ために，数値解析結果と理論上の安定判別図では相違が生じることが考えられ，本検討における大変形の影響を考慮した数値解析結果に対しても若干の相違が見られた．また，パラメトリック振動を抑制する上で，減衰を考慮し減衰比大きく取るほど安定領域が広くなることから，ダンパーをはりやケーブル端部に設置することは，パラメトリック振動を抑制する上で有効であると考えられる．

参考文献

1) Bolotin,V.V.(近藤・田中訳)：弾性系の動的安定，コロナ社，pp.7-25
2) 岡内功，大振幅加振による長大斜張橋の実橋振動実験，土木学会論文集，No.455/I-21，pp75-84
3) 高橋和雄，変動軸力を受けるケーブルの動的安定性，構造工学論文集，Vol.37A，pp921-928