

桁高変化を有する波形ウェブ橋梁の剛性マトリクス

広島大学大学院 学 ○吉田 直人 広島大学大学院 正 藤井 堅
 広島大学 学 田中 麻里 広島大学大学院 学 中嶋 洋介
 広島大学大学院 フェロー 中村 秀治 オリエンタル建設（株）正 浦川 洋介

1.はじめに

波形ウェブ橋梁の簡易な解析法はこれまでも提案されているが、そのほとんどは等断面桁を対象としたものである。一方、実橋梁では、図.1 に示すように、中間橋脚付近で桁高変化を持つ構造が一般的である。また、上下非対称断面も一般的であり、この時上下床版のせん断剛性は異なる。しかし、桁高変化や上下非対称断面を考慮した解析法はまだ提案されておらず、従来の解析法では実橋梁を精度よく解析できない。

そこで本研究では、桁高変化と上下非対称断面の影響を考慮して、実橋梁に適用できる簡易な波形ウェブ橋梁の有限要素解析法を提案する。

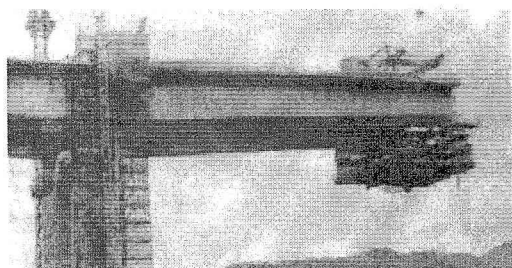


図.1 桁高変化（中間橋脚付近）

2.方法

波形ウェブ橋梁を上床版、波形ウェブ、下床版の3つのセグメントをそれぞれ独立したはりとする。次に各セグメントにせん断変形を考慮したはり要素剛性マトリクスを用い、波形ウェブ橋梁の変位の幾何学的関係から、各セグメントを1つに縮約し、波形ウェブ橋梁の剛性マトリクスを導く。図.2 に波形ウェブ橋梁の変位場を示す。ここで、変位場の仮定は、1.波形ウェブと上下床版の接合部は完全合成である。2.波形ウェブは軸方向力に抵抗しない。3.桁の鉛直変位 v と各セグメントの鉛直変位は全て等しい。4.各セグメントの断面回転角は、曲げによるたわみ角とせん断ひずみを足したものである。

いま、節点自由度を $\{u \ v \ v' \ \phi\}$ とすると、節点自由度と各セグメントの変位との関係は次式とな

る。ここで、添字 u , w , l はそれぞれ上床版、波形ウェブ、下床版を示している。

$$u_u = u - h_u \phi, \quad v_u = v, \quad v'_u = \phi_u = v' \quad \text{式(1) ~ (3)}$$

$$u_w = u - h_w \phi, \quad v_w = v, \quad v'_w = \phi_w \quad \text{式(4) ~ (6)}$$

$$\phi_w = \frac{1}{h_{wu} - h_{wl}} (-u_u + h_{ul} v' + u_l - h_{lu} v') \quad \text{式(7)}$$

$$u_l = u - h_l \phi, \quad v_l = v, \quad v'_l = \phi_l = v' \quad \text{式(8) ~ (10)}$$

したがって、一例として上床版についてマトリクス表示すると、

$$\begin{Bmatrix} u_u \\ v_u \\ v'_u \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -h_u \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ v' \end{Bmatrix} \quad \text{または、} \mathbf{u}^u = \mathbf{T}^u \mathbf{u} \quad \text{式(11)}$$

となる。波形ウェブ、下床版も同様に、

$$\mathbf{u}^w = \mathbf{T}^w \mathbf{u}, \quad \mathbf{u}^l = \mathbf{T}^l \mathbf{u} \quad \text{式(12), 式(13)}$$

となる。式(11)~式(13)をまとめると、

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{u}_i^u \\ \mathbf{u}_j^u \\ \mathbf{u}_i^w \\ \mathbf{u}_j^w \\ \mathbf{u}_i^l \\ \mathbf{u}_j^l \end{Bmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{T}^u & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{T}^u \\ \mathbf{T}^w & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{T}^w \\ \mathbf{T}^l & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{T}^l \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{u}_i \\ \mathbf{u}_j \end{Bmatrix} \quad \text{または、} \mathbf{u}^* = \mathbf{T} \mathbf{u} \quad \text{式(14)}$$

である。ここで、 $\mathbf{T}$ を変換行列と定義する。

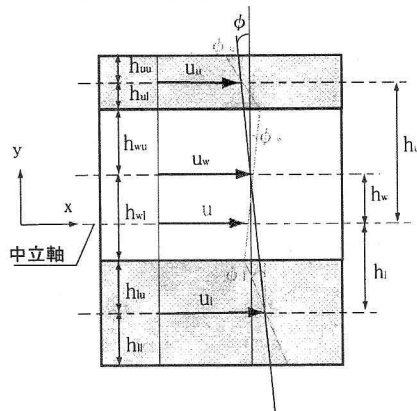


図.2 波形ウェブ橋梁の変位場

3.桁高変化を有する波形ウェブ橋への適用

桁高変化の影響は、各セグメントの剛性マトリク

スを1つに縮約する前に、傾斜しているセグメントの剛性マトリクスを、局所座標系から全体座標系に座標変換することで考慮する。

4. 波形ウェブ橋梁の剛性マトリクス

座標変換後のセグメント剛性マトリクスをまとめて表示すると、

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{F}^u \\ \mathbf{F}^w \\ \mathbf{F}^l \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_u & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{K}_w & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{K}_l \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{U}^u \\ \mathbf{U}^w \\ \mathbf{U}^l \end{Bmatrix} \quad \text{または、} \quad \mathbf{F} = \mathbf{K} \mathbf{U} \quad \text{式(15)}$$

となる。 $\mathbf{K}^*$ と変換行列 $\mathbf{T}$ から波形ウェブ橋梁の剛性マトリクスは、

$$\mathbf{K} = \mathbf{T}^T \mathbf{K}^* \mathbf{T} \quad \text{式(16)}$$

となり、 $\mathbf{K}$ は 8 行 8 列の剛性マトリクスである。したがって、

$$\mathbf{F} = \mathbf{K} \mathbf{U} \quad \text{式(17)}$$

となる。ここで、

$$\mathbf{F}^T = [X_i \quad V_i \quad M_{fi} \quad M_{ni} \quad X_j \quad V_j \quad M_{fj} \quad M_{nj}]$$

$$\mathbf{U}^T = [u_i \quad v_i \quad v'_i \quad \phi_i \quad u_j \quad v_j \quad v'_j \quad \phi_j]$$

である。

5. 解析結果

本研究で導出した剛性マトリクスを用いて、桁高変化を持つ波形ウェブ桁の解析を行ない、実験結果と比較した。解析モデルを図.3 に示す。解析モデルは 1/2 モデルとし、節点数 19、要素数 18 である。また、波形ウェブのアコーディオン効果は、波形ウェブの弾性係数をゼロにすることで考慮した。

図.4、図.5 はたわみ分布、図.6、図.7 は、支承から 1.35m の断面の軸ひずみ分布である。これらの図から、解析結果は実験結果および 3 次元 FEM 解析結果とよく一致しており、本解析法の妥当性が示されている。

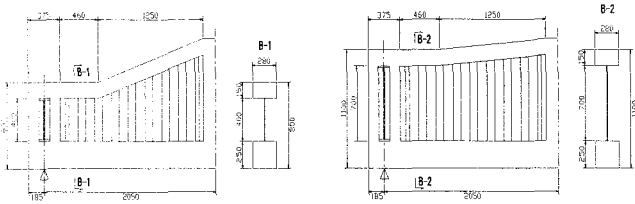


図.3 解析モデル (左: Case.1 右: Case.2)

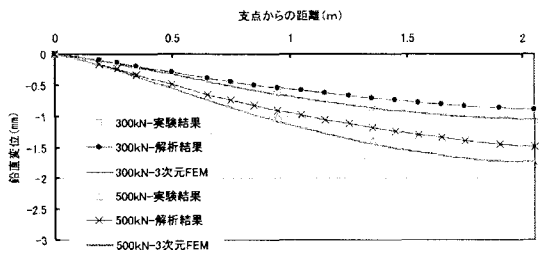


図.4 たわみ分布 (Case.1)

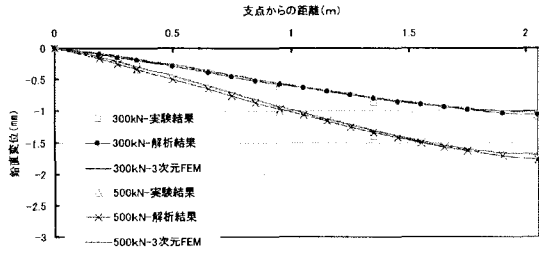


図.5 たわみ分布 (Case.2)

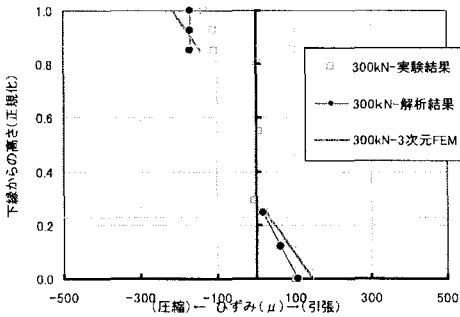


図.6 軸ひずみ分布 (Case.1)

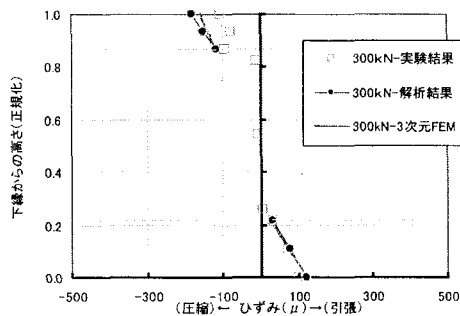


図.7 軸ひずみ分布 (Case.2)

6. 結論

(1) 桁高変化、上下非対称断面を考慮した波形ウェブ橋梁のはり要素剛性マトリクスを導出した。(2) 本研究で導出した剛性マトリクスを用いて、波形ウェブ橋梁を簡易に精度よく解析できた。

参考文献(1)高速道路技術センター: 波形鋼板ウェブを有する鋼・コンクリート複合構造橋梁の長支間化に伴う技術検討, 2001.3. (2)加藤久人, 川畑篤敬, 西村宜男: 波形鋼板ウェブを有する鋼・コンクリート複合構造橋梁の変位と断面力の实用計算法, 土木学会論文集, No.703/I-59, 293-300, 2002.4.