更新における規模の経済性を考慮した維持管理モデル

(株)長大　正会員　○國井大輔
鳥取大学工学部　正会員　谷本圭志

1. はじめに

現在，我が国の水道は普及率が 96%を越える高普及時代を迎えている．今後は新規の整備事業が減少する一方，老朽施設の維持管理費用が大幅に増大することが予想される．このため，効果的な維持管理の実施が重要な課題となっている．維持管理問題は従来から信頼性工学の分野で研究蓄積があり，最適な維持管理政策を導出するための有用な手法としてマルコフ決定過程がある[1]．マルコフ決定過程を用いることにより個別の水道管の最適政策を導出することができる．しかし，水道は複数の水道管からなるシステムであり，個別での最適性がシステム全体の最適性を必ずしも保証しない．複数の要素からなるシステムの維持管理は，更新のタイミングだけでなく，どの要素を組み合わせて更新するかについても含めて意思決定を行う必要がある．その問題は，既存のモデルを拡張し定式化することも可能であるが，要素の数が多い場合には計算量が莫大になり解析することが困難となる．本研究では複数の構成要素からなる水道システムを対象として，従来のモデルよりも少ない計算量で最適政策の近似解を導出するためのモデルを構築する．

2. 基本的な考え方

本研究では複数の構成要素を同時期に更新する場合には規模の経済が働くものとする．よって，“同時に更新を行うことで生じる節約”が“本来ならば運転を継続すると判断されるところを更新した場合に生じる費用の増分”よりも大きければ，未だ更新の状態に達していない構成要素に関しても更新を行ったほうが良いという「集合的維持管理政策」が採られる可能性がある．

3. モデル

近似解導出のアプローチを図 1 に示す．

独立した N 個の構成要素からなるシステムを考える．任意の構成要素を n で表す．

システムの状態を以下の集合で表す．

$$I = (i_1, i_2, \cdots, i_n, \cdots, i_N)$$

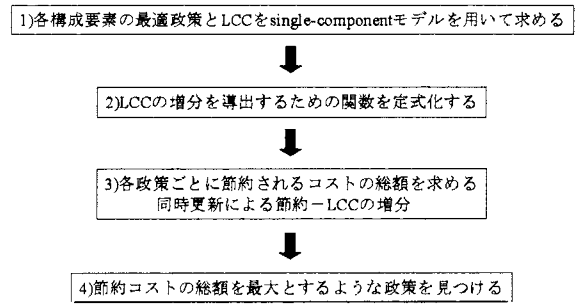

図 1　アプローチ

1)各構成要素の最適政策の導出

single-component モデルを用いて各構成要素の最適政策とその政策のもとでのライフサイクルコスト(以下，最適 LCC)を求める．本研究では水道システムを対象としているため，点検しないことにはシステムの状態が分からないものとしてモデルを構築する．その際，システムの劣化状態が“分かる要素”と“分からない要素”を区別してモデル化を行おうとすると計算が莫大なものとなるため，本モデルでは全ての構成要素の点検は同時に行われるものとする．

漏水による損失を $l_n(i_n)$，更新コストを $r_n(i_n)$，点検コストを A_n，劣化確率を $p_n(j_n|i_n)$ と定義する．点検によってシステムが状態 i_n にあることがわかったとき，管理者は次の行動のうちいずれか一つをとるとする．

$R(T)$：更新し，T 期間後に再点検を行う．
$W(T)$：運転を継続し，T 期間後に再点検を行う．　T=1,2,⋯.

$V_n(j_n:T:t)$は T 期間後に再点検をすると決定した後 t 期間経過し，その後次の点検まで最適政策をとり続けたときの LCC とする．

・行動 $R(T)$を選択したときの LCC

$$r_n(i_n) + \beta V_n(0:T:1) \tag{1}$$

・行動 $W(T)$を選択したときの LCC

$$H_n(i_n:T:0) = l_n(i_n) + \beta\sum_{j=i}^{s+1} p_n(j_n \mid i_n) H(j_n:T:1)$$

なお，$H_n(i_n:T:T) = A_n + V_n(i_n:T:0)$　(2)

最適性の原理より次式が成立する．

$$V_n(i_n:T:0)=\min[\ r_n(i_n)+\beta V_n(0:T:1)\ ,H_n(i_n:T:0)\ ]$$

なお，$V_n(i_n:T:T)=A_n+V_n(i_n:T:0)$ (3)

(4)式に示すように各構成要素の LCC の総和が最小になるような点検間隔 T^*を求める．

$$T^*=\arg\min_T\sum_{n=1}^{N}V_n(i_n:T:0) \tag{4}$$

2)LCC の増分の導出

当該の構成要素が single-component モデルで得られた最適政策のもとで更新時期を早めた場合に生じる LCC の増分を $h_n^-(i_n)$，更新時期を遅らせた場合に生じる LCC の増分を $h_n^+(i_n)$とする．$h_n^+(i_n)$，$h_n^-(i_n)$は，それぞれ以下のように定式化することができる．

$$h_n^+(i_n)=H_n(i_n:T^*:0)-V_n(i_n:T^*:0) \tag{5}$$

$$h_n^-(i_n)=r_n(i_n)+V_n(0:T^*:1)-V_n(i_n:T^*:0) \tag{6}$$

3)節約コストの総額を導出

$C(R)$を更新する構成要素の集合であるとする．すると，$N-C(R)$は更新しない構成要素の集合である．$C(R)$に含まれる構成要素を同時に更新する場合に生じる節約を $S(C(R))$で表すと，任意の状態 I のもとで節約されるコストの総額 $TS^I(C(R))$は以下のように表すことができる．

$$TS^I(C(R))=S(C(R))-\sum_{n\in C(R)}h_n^-(i_n)-\sum_{n\in N-C(R)}h_n^+(i_n) \tag{7}$$

4)節約コストの総額を最大化

(7)式を最大とするような政策 $C(R)$が最適政策の近似解となる．

4. 分析

本モデルで導出した維持管理政策のもとで得られる LCC(以下，近似 LCC)が最適 LCC と比べてどの程度乖離しているかを調べる．構成要素数を 2,3,4 の 3 つ，構成要素が持つ状態数を 4,6,8,12 の 4 つのケースで分析を行った．全ての状態についての LCC の増加率を(8)式を用いて計算し，それらの最大値，最小値，平均を表 1 に整理した．

$$\frac{\text{近似 LCC}-\text{最適 LCC}}{\text{最適 LCC}}\times 100 \tag{8}$$

表 1　最適政策との乖離　　(%増)

		2compomnent	3component	4component
4状態	min	0.00	0.00	0.00
	average	0.05	0.00	0.03
	max	0.20	0.01	0.18
6状態	min	0.00	0.17	0.35
	average	0.01	0.25	0.44
	max	0.06	6.97	6.82
8状態	min	0.00	0.04	0.73
	average	0.03	0.11	1.25
	max	0.23	1.22	8.95
12状態	min	0.06	0.10	
	average	0.16	0.20	
	max	2.06	5.96	

表 2　分析結果の例

地区	状態 I	行動 $W(T)$ or $R(T)$
a_1	1	$R(4)$
	1	$R(4)$
a_2	0	$W(4)$
a_3	2	$R(4)$
a_4	1	$R(4)$
a_5	3	$R(4)$
a_6	0	$W(4)$
a_7	3	$R(4)$
a_8	0	$W(4)$
	0	$W(4)$

a_1～a_8 は対象区域内の地区を表している．

$R(T)$:更新

$W(T)$:運転

T:点検間隔

表 1 の結果より，状態数，構成要素数が多くなると最適 LCC との差が大きくなることがわかる．

また，ある水道局から入手した漏水データを用いて，水道局が管理する給水管を対象として事例分析を行った．全ての給水管は同質であると仮定する．給水管 2000 本を 1 要素とし，1 期間は 4 ヶ月と設定した．1 要素がもつ状態は漏水量で 0,1,2,3 の 4 つに分類した．各種コスト，劣化確率を漏水データから推定した．表 2 の分析結果より，この区域に関しては状態が 1 以上の構成要素については更新を行うという政策が得られた．また，点検は 1 年間隔(4 期間)で行うという結果が得られた．

5. おわりに

本事例ではデータが少なかったため劣化確率，"同時更新による節約" などが十分な精度をもって推定することができなかった．今後はより多くのデータを用いて本モデルの有用性を検証する必要がある．なお，同時更新による節約は維持管理政策の決定に大きな影響を与えるため，その推定には注意を払う必要がある．

参考文献

1) 三根久，河合一: 信頼性・保全性の数理，朝倉書店，1982.