

不完備契約問題としての最適性能設計問題の考え方

鳥取大学工学部 正会員 横松宗太

1. はじめに

現在、仕様規定型設計から性能規定型設計への移行が謳われている。代表的な性能設計では、被災時の影響の大きさに基づいてグループ分けされた施設ごとに、地震規模と残存すべき機能のレベルの組み合わせを多段階で指定する方法が取られている。例えば、SEAOC(カリフォルニア構造技術者協会)より発行されたVISION 2000の暫定勧告¹⁾では、“Frequent(43年確率規模)”から“Very Rare(970年確率規模)”までの4種類の地震規模に、それぞれ“Fully Operational”から“Near Collapse”までの4段階の性能を対応させたPerformance Matrixによって、施設の耐震性を規制している。性能設計問題は技術の多様化や進歩、性能の立証可能性、リスクコミュニケーションなど多様な論点をもつ。本研究では、一般的家計の代表的意思である政府をプリンシパル、建設業者をエージェントと捉えた不完備契約の問題としての側面に着目する。エージェントは耐震化技術や構造物の強度についてはより多くの情報を有するものの、施設の社会的重要性や被災時の外部不経済等は認識しない。本研究では、そのような状況に対する公的規制の手法としての、Performance Matrixの設計方法について提案する。

2. ファーストベスト問題

地震による破壊が社会全体に対して大きな影響を及ぼすような公共施設を対象とする。地震はポアソン到着すると仮定する。また時間の経過に伴う構造物の劣化や地震被害の復旧以外の維持補修は考えない。さらに被災後に構造物や社会は瞬時のうちに完全に復旧されると仮定する。このとき施設の最適耐震性能 x は、初期時点における施設の整備費用と、地震時の期待損失の現在価値の和を最小化するように決定される。以上の仮定によって、問題は本質的に静学的問題として捉えられる。

対象とするある公共構造物に対して、地震による荷重レベル S と損失レベル L による確率空間を考えよう。ただし損失レベルの実現値 l は

$$l = l_1 + l_2 \quad (1)$$

により構成される。ここで l_1 は構造物破壊による直接的

な損失を表し、構造物の修復に要する費用が相当する。それに対して l_2 は構造物の破壊が生じたことにより生じる社会的費用であり、構造物以外の人的・物的損失を含む。 l_2 は当該構造物の社会的重要性も反映している。本研究では簡単化のため、 l_2 は l_1 によって一意に定まるとしよう。すなわち l はひとつの確率変数により与えられると考える。

荷重レベル S と損失レベル L に関する同時確率密度関数を $f(s, l : x(s))$ 、荷重レベル s のもとでの損失レベルの条件付き確率密度関数を $f(l|s : x(s))$ と表そう。ただし $x(s) (> 0)$ は荷重レベル s に対する構造物の性能を表す。性能 $x(s)$ を向上させることによってフラジリティ・カーブ $f(l|s)$ の分布の重心を左方にシフトさせることができる。また荷重レベル s の生起確率に関する確率密度関数を $h(s)$ により表す。また、荷重レベル s に対して性能 $x(s)$ を与えるための費用を $c_s(x(s))$ により表し、以下の性質を仮定する。

$$\frac{dc_s(x(s))}{dx(s)} > 0, \quad \frac{d^2c_s(x(s))}{dx(s)^2} > 0 \quad (2)$$

また、便宜上、 $s, l, x(s)$ を連続変数と仮定する。社会的最適な性能レベルの選択問題は以下のように表される。

$$\min_{\{x(s) | 0 < s < \infty\}} \int_S c_s(x(s)) ds + \frac{1}{\rho} \int_S \int_L l f(l|s : x(s)) h(s) dl ds \quad (3)$$

ρ は社会的割引率を表す。第1項は初期時点で発生する耐震投資費用を表す。また第2項は無限の将来にわたる期待損失の現在価値を示している。荷重レベル s に対する最適な性能 $x^o(s)$ は以下の1階の条件を満足する。

$$\frac{dc_s(x^o(s))}{dx(s)} + \frac{1}{\rho} \int_L l \frac{df(l|s : x^o(s))}{dx(s)} h(s) dl = 0 \quad \text{for all } s \quad (4)$$

すなわち性能を限界的に向上させることによる費用が、それによって減少する条件付き期待損失の減少額に等しくなる水準に性能 $x^o(s)$ を設定することが望ましい。

3. プリンシパル=エージェント問題

性能設計問題を定式化しよう。いま、エージェントである構造技術者等の設計責任者は、地震時の損失のうち

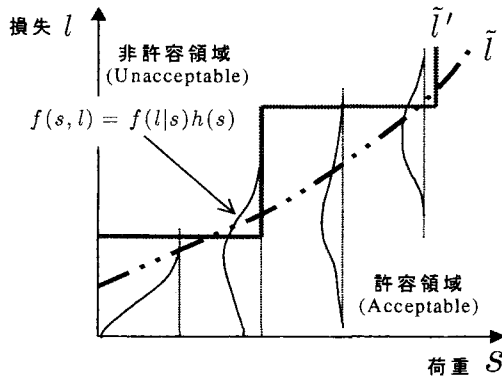


図-1. 非集約型リスク評価モデルと許容損失関数

l_1 に関する情報のみを保有すると仮定する。すなわち設計責任者は当該施設の社会的重要性や損壊がもたらす外部不経済は考慮しない。またVISION 2000では4段階の性能レベルが指定されているが、本研究では問題の単純化のためそれらを許容(Acceptable)と非許容(Unacceptable)の2段階のみとする。そして2段階の要求性能を、能島(2002)²⁾により提案された「非集約型リスク評価モデル」と「許容損失関数」の考え方を用いて、図-1.のように (s, l) 空間を仕切ることによって区分する。許容損失関数 $\tilde{l}(s)$ とは、ある荷重レベル s が生起したときに $\tilde{l}(s)$ 以下の損失レベルは許容され、 $\tilde{l}(s)$ より大きな損失レベルは許容されないことを示す関数である。さらに以下に示す「ペナルティー付き期待損失」 $\bar{L}_w(\tilde{l})$ を導入する。

$$\bar{L}_w(\tilde{l}) = w_a L_a(\tilde{l}) + w_u L_u(\tilde{l}) \quad (5a)$$

$$L_a(\tilde{l}) = \int_S \int_{L \leq \tilde{l}} l f(l|s : x(s)) h(s) dl ds \quad (5b)$$

$$L_u(\tilde{l}) = \int_S \int_{L > \tilde{l}} l f(l|s : x(s)) h(s) dl ds \quad (5c)$$

すなわち $\bar{L}_w(\tilde{l})$ は、許容領域の期待損失 $L_a(\tilde{l})$ と非許容領域の期待損失 $L_u(\tilde{l})$ にそれぞれウェイト w_a, w_u を与えた上で加算したものである。 $w_a = w_u = 1$ のときには通常の期待損失に一致する。

性能設計による規制の考え方は、設計責任者にペナルティー付き期待損失を認識させた上で、ライフサイクルコストを最小化するように性能 $x(s)$ を選択させることに相当する。このとき設計責任者は (s, l_1) の確率空間を考慮して以下の問題を解く。

$$\min_{\{x(s) | 0 < s < \infty\}} \left\{ \int_S c_s(x(s)) ds + \frac{1}{\rho} \left\{ w_a \int_S \int_{L_1 \leq \tilde{l}_1} l_1 f(l_1|s : x(s)) h(s) dl_1 ds + w_u \int_S \int_{L_1 > \tilde{l}_1} l_1 f(l_1|s : x(s)) h(s) dl_1 ds \right\} \right\} \quad (6)$$

1階の最適化条件は各 s に対して次式で与えられる。

$$\frac{dc_s(x^*(s))}{dx(s)} + \frac{1}{\rho} \left\{ w_a \int_{L_1 \leq \tilde{l}_1} l_1 \frac{df(l_1|s : x^*(s))}{dx(s)} h(s) dl_1 + w_u \int_{L_1 > \tilde{l}_1} l_1 \frac{df(l_1|s : x^*(s))}{dx(s)} h(s) dl_1 \right\} = 0 \quad \text{for all } s \quad (7)$$

設計責任者による最適性能水準は、上式の解として $x^*(s) = x^*(s, w_a, w_u, \tilde{l}_1(s))$ により表される。

いま規制当局による最適性能設計問題は、許容損失関数 $\tilde{l}_1(s)$ とウェイト w_a, w_u の選択問題に帰着する。すなわち規制当局は上述の設計責任者の最適解 $x^*(s) = x^*(s, w_a, w_u, \tilde{l}_1(s))$ が社会的最適性能レベル $x^o(s)$ に近づくように $\tilde{l}_1(s), w_a, w_u$ を設定する。重要施設等、巨大災害時における供用停止が大きな社会的損失 l_2 をもたらすような施設に対しては、1を大きく上回る w_u を設定することが適切となる。極端な場合として非許容領域内にリスクが残存することを全く許さないときには $w_u = \infty$ を設定することになる。ただし、実際には全ての s について異なる $\tilde{l}_1(s)$ を値を与えることはできない。図-1.における $\tilde{l}'$ のように、数段階の荷重レベルによって許容・非許容領域を区切らざるを得ないことになる。前述のようにVISION 2000は4つの荷重レベルに区切っている。

4. おわりに

本研究でモデル化した最適性能設計問題は不完備契約問題の一形態である。もし完備契約が可能であれば、あらゆる状態 (s, l_1) に対して外部不経済を内部化するためのビグー的課税や補助金を定義すればよい。しかし現実には全ての状態 (s, l_1) に対して課税・補助金を対応させて契約することには禁止的な費用がかかる。このようなとき、最適な目標性能を与える問題は上記のように許容損失関数とペナルティーを与える問題として表される。なお、本問題で一般的にファーストベスト解は達成されない。特に $\tilde{l}_1(s)$ の形状に制約がある場合には、ファーストベスト解が達成不可能であることは自明であろう。大規模な計算を行って、 $x^*(s) = x^*(s, w_a, w_u, \tilde{l}_1(s))$ が最も $x^o(s)$ に近づくように政策変数を設定していくことになる。今後は損害の物理的な確率分布が曖昧である状況を対象としたPerformance Matrixの設計問題について分析する必要がある。

参考文献

- 1) Structural Engineers Association of California: Vision 2000 Committee : Vision 2000 -Performance Based Engineering of Buildings, 1995.
- 2) 能島暢呂：性能設計のための地震リスクマネジメント、建設マネジメントを考える、2002.