ダム撤去事業における費用配分手法に関する研究

鳥取大学大学院　学生会員　○岩倉幸司
鳥取大学工学部　正会員　谷本圭志
鳥取大学工学部　正会員　喜多秀行

1．はじめに

河川環境の悪化やダムの堆砂などにより，ダムの撤去は今後の重要な課題である．しかし，ダムの撤去には，有害物質の放出など河川環境を損うリスクを伴う．このため，ダムの管理者は他の管理者による撤去を待機し，撤去による環境への影響を学習した後に撤去することを選好しうる．このため，どの管理者も撤去を進めない状況が生じる．この問題を解決するには，ダムにかかわる費用を管理者の間で配分することが有効である．しかし，待機をともなう管理者の動的な意思決定のもとでの費用配分手法はこれまで開発されていない．そこで，本研究ではダムの撤去事業が効率的に実施されるための費用配分手法を確率ゲームを用いて検討する．

2．モデル化

流域に二つのダムがあり，それらは個別の管理者が所有している．任意の管理者をプレイヤー$h(\in\{1, 2\})$で表す．先発で撤去事業を実施するプレイヤーを 1，後発で実施するプレイヤーを 2 と呼ぶ．

二つのダムから構成されるシステムの状態を各々のダムの劣化状態と環境の状態で定義する．任意の劣化状態を離散値 i で表し，その値が大きいほど劣化している．環境の状態を離散値 e で表す．劣化状態 i でプレイヤーh がダムを撤去した場合の費用を $c_h(i)$，撤去しなかった場合の維持管理費用を $m_h(i)$で表す．

ダムの劣化確率を推移確率 $p_{ij}(i \le j \le s+1)$で表し，双方のダムの劣化確率は独立とする．双方のプレイヤーのダムが存在する状況下で任意の管理者がダムを撤去した場合に環境の状態 e が生起する確率を $p(e)$で表す．ダムの撤去が環境の状態 e をもたらした条件のもとで，もう一方のダムの撤去によって環境の状態 e'が生起する確率を $q(e'|e)$で表す．ダムを撤去することでプレイヤーh が得る利益を $f_h(e)$で表す．一期当たりの割引因子をβとする．1 期間には 1 つのダムしか撤去できないとすると，以上の状況は図 1 に示す展開形ゲームで表される．

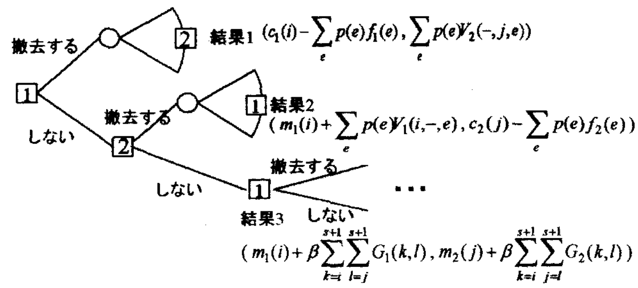

図1　撤去事業の展開形ゲーム表現

図中の「結果 1」とは，プレイヤー1 が当該期において撤去し，その後プレイヤー2 は撤去による環境への影響を学習して，その後に撤去するか否かを決定する結果，「結果 2」とは当該期にプレイヤー1 は撤去せずにプレイヤー2 が撤去し，その後にプレイヤー1 は撤去による環境への影響を学習して撤去するか否かを決定する結果，「結果 3」とは当該期にどちらのプレイヤーも撤去しない結果である．各結果でのプレイヤーの費用をベクトルで表示している．□印は決定ノードであり，□の中の数値はどのプレイヤーの決定ノードかを表している．例えば，結果 1 においては，プレイヤー1 のダムの撤去による環境の影響を学習した後に，プレイヤー2 がダムの撤去をするかどうかを意思決定することを表している．○印は機会ノードであり，そのノードから分岐している円の扇の弧は環境の状態の集合を表しており，その状態の一つが確率的に生起する．

$G_h(i, j)$は双方のダムが撤去されておらず，それらのダムの劣化状態(i, j)を初期状態としてプレイヤーh が無限遠までに得る総期待割引費用である．$V_1(i,-,e)$はプレイヤー2 がダムを撤去し環境の状態が e となり，プレイヤー1 のダムの劣化状態が i での当該期から無限遠までにプレイヤー1 が得る総期待割引費用である．$V_2(-,j, e)$も同様である．以後，次式の表記を用いる．

$$\alpha_1 = c_1(i) - \sum_e p(e) f_1(e) \tag{1}$$

$$\beta_1 = \sum_e p(e) V_2(-, j, e) \tag{2}$$

$$\alpha_2 = m_1(i) + \sum_e p(e) V_1(i, -, e) \tag{3}$$

$$\beta_2 = c_2(j) - \sum_e p(e) f_2(e) \tag{4}$$

$$\alpha_3 = m_1(i) + \beta\sum_{k=i}^{s+1}\sum_{l=j}^{s+1} p_{ik}\,p_{jl}\,G_1(k,l) \tag{5}$$

$$\beta_3 = m_2(j) + \beta\sum_{k=i}^{s+1}\sum_{l=j}^{s+1} p_{ik}\,p_{jl}\,G_2(k,l) \tag{6}$$

3．費用配分のゲーム的分析

プレイヤーの費用の和が最も小さな結果を「最適解」と呼ぶ．このゲームにおける最適解とナッシュ均衡解はそれぞれ以下のように得られる．

「最適解」

i) $\alpha_3+\beta_3 \le \alpha_1+\beta_1,\ \alpha_3+\beta_3 \le \alpha_2+\beta_2$：結果 3 が最適解

ii) $\alpha_2+\beta_2 \le \alpha_1+\beta_1,\ \alpha_2+\beta_2 \le \alpha_3+\beta_3$ ：結果 2 が最適解

iii) otherwise：結果 1 が最適解

「ナッシュ均衡解」

i) $\alpha_1 \ge \alpha_3,\ \beta_2 \ge \beta_3$：結果 3 がナッシュ均衡解

ii) $\alpha_1 \ge \alpha_2,\ \beta_2 \le \beta_3$：結果 2 がナッシュ均衡解

iii) otherwise：結果 1 がナッシュ均衡解

上の結果より，ナッシュ均衡解は最適解と必ずしも一致しない．そこで，それらを一致させるための費用配分手法として，一般化シャープレイ値という費用配分手法の適用を検討する．シャープレイ値は協力ゲームにおける特性関数形をベースにした共同事業の費用配分手法である．ダムの撤去事業を二人の管理者の共同事業とみなすと，二人ゲームでの一般化シャープレイ値は次式で与えられる．

$$x_h=(1-t)C(h)+t\{C(12)-C(h)\} \quad (0\le t\le 1) \tag{7}$$

ここに，t は 0 から 1 までの間の任意のパラメータ，$C(12)$は二人のプレイヤーの共同事業での費用，$C(h)$はプレイヤーh のみで事業を行った場合の費用である．しかし，本研究では「提携」の概念が自明ではないため，どのように提携の費用を与えるかが問題となる．結果 3 では今期には実質的に何の事業もしていないため，その結果のもとでのプレイヤーの費用を $C(h)$とする．また結果 1 もしくは 2 が生じた場合，双方の費用の和を $C(12)$と考える．費用配分手法を適用した場合の結果 1,2,3 のもとでの配分費用ベクトルをそれぞれ $(\alpha_1', \beta_1'), (\alpha_2', \beta_2'), (\alpha_3', \beta_3')$で表す．

結果 1 での各プレイヤーの配分費用は，費用関数が $C(1)=\alpha_3, C(2)=\beta_3, C(12)=\alpha_1+\beta_1$ であることから次式で与えられる．

$$\alpha_1'=y(\alpha_1+\beta_1-\alpha_3'-\beta_3')+\alpha_3' \tag{8}$$

$$\beta_1'=(1-y)(\alpha_1+\beta_1-\alpha_3'-\beta_3')+\beta_3' \quad (0\le y\le 1) \tag{9}$$

結果 2 が生じた場合においても，同様に求まる．

$$\alpha_2'=z(\alpha_2+\beta_2-\alpha_3'-\beta_3')+\alpha_3' \tag{10}$$

$$\beta_2'=(1-z)(\alpha_2+\beta_2-\alpha_3'-\beta_3')+\beta_3' \tag{11}$$

一般化シャープレイ値を撤去事業に適用した場合，以下の命題を得る．

【命題 1】

結果 3 のもとでの費用配分手法を適用後の各プレイヤーの費用を $C(h)$であるとし，結果 1 もしくは 2 が生じた場合でのプレイヤーの費用の和を $C(12)$とみなして一般化シャープレイ値を適用すると，ナッシュ均衡解は最適解に十分一致する．

【証明】

結果 2 を例示して証明する．結果 2 が最適解である場合は次式が成立する．

$$\alpha_2+\beta_2\le\alpha_1+\beta_1 \text{ かつ } \alpha_2+\beta_2\le\alpha_3+\beta_3 \tag{12}$$

費用配分手法を適用した場合において，次式が成立するときに結果 2 がナッシュ均衡解となる．

$$\alpha_2'\le\alpha_1' \text{ かつ } \beta_2'\le\beta_3' \tag{13}$$

以上より，次式と(6) 式は十分に等価である．

$$\alpha_1'-\alpha_2'= z_1(\alpha_1+\beta_1-\alpha_2-\beta_2)\ (z_1>0) \tag{14}$$

$$\beta_3'-\beta_2'=z_2(\alpha_3+\beta_3-\alpha_2-\beta_2)\ (z_2>0) \tag{15}$$

ただし，z_1, z_2 は係数である．また，同様にして，上式と重複する式を省くと，結果 1 に関して次式を得る．

$$\alpha_1'-\alpha_3'=z_3(\alpha_1+\beta_1-\alpha_3-\beta_3)\ (z_3>0) \tag{16}$$

結果 2,3 についてナッシュ均衡解と最適解が一致すれば，結果 1 についてもそれらが自ずと一致する．よって $\alpha_i+\beta_i=\alpha_i'+\beta_i'$ $(i=1,2)$ と (14)〜(16)式の連立方程式を解くことにより，ナッシュ均衡解と最適解を一致させる配分値 $\alpha_1', \beta_1', \alpha_2', \beta_2', \alpha_3', \beta_3'$が次式のように求められる．ただし，$z=z_1=1-z_2=-z_3$ である．

$$\alpha_1'= z(\alpha_1+\beta_1-\alpha_3'-\beta_3')+\alpha_3' \tag{17}$$

$$\beta_1'= (1-z)(\alpha_1+\beta_1-\alpha_3'-\beta_3')+\beta_3' \tag{18}$$

$$\alpha_2'= z(\alpha_2+\beta_2-\alpha_3'-\beta_3') +\alpha_3' \tag{19}$$

$$\beta_2'= (1-z)(\alpha_2+\beta_2-\alpha_3'-\beta_3') +\beta_3' \tag{20}$$

この式は，費用配分手法を適用した場合の結果 3 におけるプレイヤーh の費用を $C(h)$として，それ以外の結果における費用の和を $C(12)$と見立てた場合の一般化シャープレイ値による配分値である．　**【証明終】**

4．おわりに

本研究では，二人の管理者からなる場面を想定した．n 人の場面を想定すると，部分提携の費用関数をどのように与えるかが問題となる．以上，今後の課題としたい．