ゲームにおける均衡解選択基準に関する実験的考察

鳥取大学大学院　学生会員　○奥本　孝之
鳥取大学工学部　正会員　喜多　秀行
鳥取大学工学部　正会員　谷本　圭志

1. 背景と目的

ゲームにおいて均衡解が複数個存在する場合，均衡解を一意に特定をするために基準を均衡解選択基準という．均衡解選択基準はいくつか提唱されているが，現在，定説と認知されたものは存在しない．これは利得の特定化が困難であったために，実証分析があまり行われてこなかったことがその理由の一つであると考えられる．そのため著者らは利得の特定化を容易にするために，観測データから均衡解選択確率を推定する方法[1]を開発し，実証分析を行うことが容易なものとした．そこで，本研究では実証分析として実験を行うことで得られた結果から，主要な均衡解選択基準であるリスク支配型選択基準と利得支配型選択基準のうち，現実のゲームにおいてどちらの均衡解選択基準が実現しているのか探る．

2. 基本的な考え方

本研究では均質な選好構造を有する多数のプレイヤーが同時並行的に複数のゲームを行う状況を想定する．プレイヤー間では利得や複数均衡解選択基準は既知であるが，分析者には未知であると考える．各プレイヤーは利得表にのみ依存して合理的に戦略を決定するものとする．また，均衡解選択基準はリスク支配型選択基準と利得支配型選択基準のうちどちらかが実現するものとする．

実験で得られたデータに利得と選択確率の同時推定法を適用することで，各プレイヤーの利得と選択確率を推定することができ，それをもとに考察を行う．

3. 実験

本研究では実験を実施することで実証分析を行う．実験の内容は一定の環境の下で被験者にゲームを行わせることである．配布資料として1ページに利得表をひとつ記載し，これを束にしたものを用いる．これは被験者が意思決定をする際，ほかの利得表をみることで結果に影響を与えることを避けるためである．被験者の人数は11人とし，被験者は実験者の指示の下，ゲームを一回ずつ行い，それを繰り返す．そして，各ゲームで得られた利得の総和をそのプレイヤーの得点とし，その得点に応じて被験者に報酬を支払うものとする．ゲームの対戦はサンプル数を確保するために全ての被験者が総当りで行い，これをもとに結果を分析する．またこれとは別に，実験者が被験者を無作為に組み合わせて対戦を行わせる．被験者に支払われる報酬はこの無作為に組み合わせた対戦の得点に応じて支払う．これは被験者が総当りで対戦が行われることを意識することで結果に影響を与えることが予想されるからである．また報酬は得点に比例して支払われるものとする．これは被験者に合理的な意思決定をおこなわせるための誘因とするためである．

実験で用いる利得表は表1の通りである．この利得表は（選択肢1，選択肢1），（選択肢2，選択肢2）が均衡解であり，また $x=100,\ 200,\ \cdot\cdot,\ 900$ の値を設定する．行プレイヤーをプレイヤー1とし，縦プレイヤーをプレイヤー2とする．

表1　利得表の基本構造

	選択肢1	選択肢2
選択肢1	*x*，*x*	*x*，*0*
選択肢2	*0*，*x*	*1200*，*1200*

これらの利得表の特徴はプレイヤーが選択肢1を選択することはロウリスク・ロウリターンを意味し，選択肢2はハイリスク・ハイリターンを意味している．また x の値が高くなるほど選択肢2を選ぶときのリスク・プレミアムが小さくなることから選択確率の推移を分析することが可能である．

4 データの分析

本研究の考察で対象とする実験データは，変数 x において尤度比が0.3以上であり，かつパラメータ α（利得を回帰分析して得られたパラメータ）が符号条件（$\alpha>0$）を満たしているものとする．そして，これらの条件を満たすとき，選択確率が常に0.5以下のときは利得支配型選択基準であり，ある変数 x 以下のときは選択確率が0.5以下であり，その変数 x 以上のときは0.5以上であるならばリスク支配型選択基準である．このリスク支配型選択基準のときの境界となる変数 x のことを“しきい値”とよび，しきい値は以下のように求めることができる．

利得行列が以下のように与えられているとする．

$$U_{hk}=\begin{bmatrix} U_{11} & U_{12} \\ U_{21} & U_{22} \end{bmatrix} \quad \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot(1)$$

$$U_{11}>U_{21},\quad U_{22}>U_{12}$$

（h，kは表1における選択肢を表す）

Harsanyi and Selten[2] によれば，この場合において，プレイヤーが均衡解（選択肢 1，選択肢 1）に従うときの確率は以下のようにもとまる．

$$p=\frac{U_{22}-U_{12}}{U_{22}-U_{12}+U_{11}-U_{21}} \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot (2)$$

ここで，表 1 の利得を代入したとき，以下のようになる．

$$p=\frac{1200-x}{1200} \cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot\cdot (3)$$

式 (3) に p ＝1/2 を代入すると，x＝600 となる．これがしきい値である．この変数 x の値がしきい値のときには表 1 の利得表において，均衡解（選択肢 1，選択肢 1）で 1/2-支配的となり，均衡解（選択肢 2，選択肢 2）で 1/2-支配的となる．

以上のことをまとめると以下のようになる．

表 2　均衡解選択基準の判別

	しきい値以下	しきい値以上
選択確率 0.5 以上	×	○（リスク）
選択確率 0．5 以下	◎	○（利得）

しきい値以下（以上）とは変数 x の値がしきい値以下（以上）であることを意味している．また記号×は利得支配型選択基準とリスク支配型選択基準両方満たさないことを表し，記号◎は両方満たすことを表す，○（リスク）はリスク支配型選択基準のみ満たすことを表し，○（利得）は利得支配型選択基準のみを満たすことを表す．

5. 分析結果とその考察

表 3 は実験を実施して得られた結果を示したものである．

表 3　実験の結果

変数 x	選択確率	パラメータ α（t 値）	尤度比
100	0	0.00259 (2.194)	0.66
200	0	0.00277 (2.347)	0.64
300	0.96	−0.00010 (0.084)	0.02
400	1	0.00013 (0.110)	0.07
500	1	0.00088 (0.745)	0.14
600	1	0.00360 (3.050)	0.60
700	1	0.00115 (0.974)	0.19
800	1	0.00163 (1.381)	0.32
900	1	0.00226 (1.915)	0.52

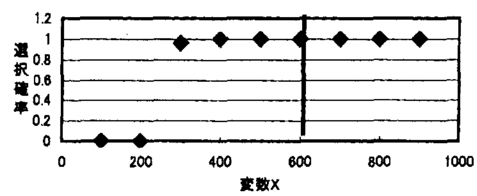
得られた結果のうち尤度比とパラメータ α の符号条件を満たしているのは，x ＝100, 200, 600, 800, 900 の 5 つである．これらの結果を表 3 のように集計した．

表 4　結果の集計

	しきい値以下	しきい値以上
選択確率 0.5 以上	0 (A)	3 (C)
選択確率 0.5 以下	2 (B)	0 (D)

（A, B, C, Dはセルの名称）

図1　選択確率の推移



（太線はしきい値を表す）

表4において，均衡解選択基準が利得支配型選択基準であるならば，セル（B），セル（D）に属する結果が多くなり，リスク支配型選択基準であるならば，セル（B）とセル（C）に属する結果が多くなる．このことを踏まえて表4の結果を見てみると，リスク支配型選択基準の条件を満たす結果が明らかに多い．このことから，均衡解選択肢基準は検討した範囲ではリスク支配型選択基準であると結論付けることができる．

図 1 において尤度比が低く，$\alpha>0$ を満たさない結果もプロットしている．そして，それら全ての結果において選択確率は 1 もしくは 0 の値をとった．しかし，プレイヤー個人では必ずしもこのような明瞭な当てはまりはなかった．このことは複数のプレイヤーの結果を集計したら，プレイヤー間で誤差を打ち消しあい，その結果，このような明瞭な結果が表れたと考えられる．

6. 今後の予定

本研究では実験環境を設定し，実験を実施することによって均衡解選択基準に関する実験的考察を行った．しかし，本研究で実施した実験はひとつの利得表しか対象にしておらず，結論付けるためには情報が少ないといえ，結果に説得力が欠けることは否めない．そのため，今後は様々なケースの実験を実施していく予定である．

1) Kita, H, K, Tanimoto and K. Fukuyama：A Game Theoretic Analysis of Merging-Interaction-A Joint Estimation Model, In Tyalor, M. A. P(ed,)：Transportation and Traffic Theory, pergamon, 2002

2) Harsanyi and Selten (1988), A General Theory of Equilibrium Selection in Games , MIT Press, Cambridge