

波形鋼板ウェブ橋梁の梁解析

広島大学 学 ○吉田 直人 広島大学大学院 正 藤井 堅
 広島大学大学院 フェロー 中村 秀治 オリエンタル建設 正 浦川 洋介

1. まえがき

波形ウェブ橋梁の解析には、ウェブを無視したはり理論や3次元FEM解析が用いられている。しかし、はり要素による簡易な解析ができれば実用的な解析が可能となる。そこで本研究では、波形ウェブ橋梁の解析のためのはり要素を開発した。

2. 変位場

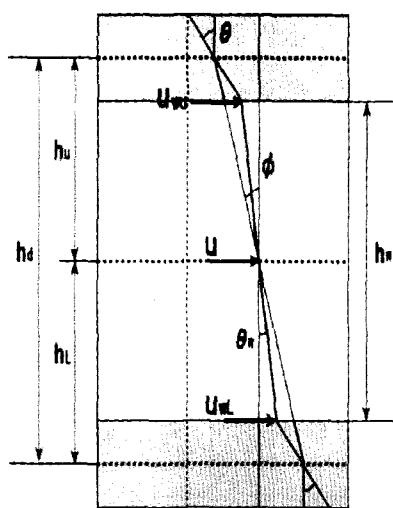


Fig.1 変位場

波形ウェブ橋梁の変位場を Fig.1 に示す。未知変位を $\mathbf{u} = \{u \ v \ v' \ \gamma\}^T$ とする。桁の変位と上下床版および波形ウェブの変位の関係は次のようになる。

$$\mathbf{u}_r = \begin{Bmatrix} u_r \\ v_r \\ \theta_r \\ \gamma_r \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -h_u & \frac{h_u}{h_w} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -h_u & \frac{h_u}{h_w} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -h_b & \frac{h_b}{h_w} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -h_b & \frac{h_b}{h_w} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ \theta_i \\ \gamma_i \\ u_j \\ v_j \\ \theta_j \\ \gamma_j \end{Bmatrix} = \mathbf{T}_f \mathbf{u}$$

$$\mathbf{u}_w = \begin{Bmatrix} u_w \\ v_w \\ \theta_w \\ \gamma_w \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ \theta_i \\ \gamma_i \\ u_j \\ v_j \\ \theta_j \\ \gamma_j \end{Bmatrix} = \mathbf{T}_w \mathbf{u}$$

ここで $\mathbf{T}_f$, $\mathbf{T}_w$ は上下床版および波形ウェブの座標変換マトリクスである。

3. 上下床版の剛性マトリクス

上下床版を曲げを受けるはり要素と考えると、上下床版の剛性マトリクスは次のようになる。

$\mathbf{f}_r = \mathbf{k}_r \mathbf{u}_r$ $\mathbf{k}_r$: 上下床版剛性マトリクス

$$\mathbf{k}_r = \begin{bmatrix} \frac{E_f A_f}{L} & 0 & 0 & -\frac{E_f A_f}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12E_f I_f}{L^3} & \frac{6E_f I_f}{L^2} & 0 & -\frac{12E_f I_f}{L^3} & \frac{6E_f I_f}{L^2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{6E_f I_f}{L^2} & \frac{4E_f I_f}{L} & 0 & -\frac{6E_f I_f}{L^2} & \frac{2E_f I_f}{L} & 0 & 0 \\ -\frac{E_f A_f}{L} & 0 & 0 & \frac{E_f A_f}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12E_f I_f}{L^3} & -\frac{6E_f I_f}{L^2} & 0 & \frac{12E_f I_f}{L^3} & -\frac{6E_f I_f}{L^2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{6E_f I_f}{L^2} & \frac{2E_f I_f}{L} & 0 & -\frac{6E_f I_f}{L^2} & \frac{4E_f I_f}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{E_f A_f}{L} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{E_f A_f}{L} \end{bmatrix}$$

上下床版の剛性マトリクスを桁の変位場に変換すると、

$$\mathbf{K}_r = \mathbf{T}_r^T \mathbf{k}_r \mathbf{T}_r$$

となる。ここで $\mathbf{K}_r$ は座標変換後の上下床版の剛性マトリクスである。

4. 波形ウェブの剛性マトリクス

せん断変形を考慮すると、波形ウェブの剛性マトリクスは次のようになる。

$\mathbf{f}_w = \mathbf{k}_w \mathbf{u}_w$ $\mathbf{k}_w$: 波形ウェブ剛性マトリクス

$$k_w = \begin{bmatrix} \frac{E_w A_w}{L} & 0 & 0 & 0 & -\frac{E_w A_w}{L} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12 E_w I_w}{L^3} & 0 & \frac{6 E_w I_w}{L^2} & 0 & -\frac{12 E_w I_w}{L^3} & 0 & \frac{6 E_w I_w}{L^2} \\ 0 & 0 & \frac{G_w A_w L}{3} + \frac{E_w I_w}{L} & \frac{G_w A_w L}{3} & 0 & 0 & \frac{G_w A_w L}{3} - \frac{E_w I_w}{L} & -\frac{G_w A_w L}{3} \\ 0 & \frac{6 E_w I_w}{L^2} & -\frac{G_w A_w L}{3} & \frac{G_w A_w L}{3} + \frac{3 E_w I_w}{L} & 0 & -\frac{6 E_w I_w}{L^2} & -\frac{G_w A_w L}{3} & \frac{G_w A_w L}{3} + \frac{3 E_w I_w}{L} \\ -\frac{E_w A_w}{L} & 0 & 0 & 0 & \frac{E_w A_w}{L} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12 E_w I_w}{L^3} & 0 & -\frac{6 E_w I_w}{L^2} & 0 & \frac{12 E_w I_w}{L^3} & 0 & -\frac{6 E_w I_w}{L^2} \\ 0 & 0 & \frac{G_w A_w L}{3} - \frac{E_w I_w}{L} & -\frac{G_w A_w L}{3} & 0 & 0 & \frac{G_w A_w L}{3} + \frac{E_w I_w}{L} & -\frac{G_w A_w L}{3} \\ 0 & \frac{6 E_w I_w}{L^2} & -\frac{G_w A_w L}{3} & \frac{G_w A_w L}{3} + \frac{3 E_w I_w}{L} & 0 & -\frac{6 E_w I_w}{L^2} & -\frac{G_w A_w L}{3} & \frac{G_w A_w L}{3} + \frac{3 E_w I_w}{L} \end{bmatrix}$$

波形ウェブの剛性マトリクスを桁の変位場に変換すると、

$$K_w = T_w^T k_w T_w$$

となる。ここで K_w は座標変換後の波形ウェブの剛性マトリクスである。

5. 波形ウェブ橋梁の剛性マトリクス

波形ウェブ橋梁の剛性マトリクスは次のようになる。

$$f = Ku \quad K: \text{波形ウェブ橋梁剛性マトリクス}$$

$$K = K_f + K_w = \begin{bmatrix} \frac{(EA)_f}{L} & 0 & -\frac{(EA)_f}{L} & \frac{h_w (EA)_f}{h_d L} & -\frac{(EA)_f}{L} & 0 & \frac{(EA)_f}{L} & -\frac{h_w (EA)_f}{h_d L} \\ 0 & \frac{12(EI)_f}{L^3} & \frac{6(EI)_f}{L^2} & 0 & 0 & -\frac{12(EI)_f}{L^3} & \frac{6(EI)_f}{L^2} & 0 \\ -\frac{(EA)_f}{L} & \frac{6(EI)_f}{L^2} & \frac{4(EI)_f}{L} + \frac{(EI)_n}{L} & -\frac{h_w (EI)_n}{h_d L} & \frac{(EA)_f}{L} & -\frac{6(EI)_f}{L^2} & \frac{2(EI)_f}{L} - \frac{(EI)_n}{L} & \frac{h_w (EI)_n}{h_d L} \\ \frac{h_w (EA)_f}{h_d L} & 0 & -\frac{h_w (EI)_n}{h_d L} & \left(\frac{h_w}{h_d}\right)^2 \frac{(EA)_n}{L} & -\frac{h_w (EA)_f}{h_d L} & 0 & -\frac{h_w (EI)_n}{h_d L} & -\left(\frac{h_w}{h_d}\right)^2 \frac{(EA)_n}{L} \\ -\frac{(EA)_f}{L} & 0 & \frac{(EA)_f}{L} & -\frac{h_w (EA)_f}{h_d L} & \frac{(EA)_f}{L} & 0 & \frac{h_w (EA)_f}{h_d L} & \frac{h_w (EA)_f}{h_d L} \\ 0 & -\frac{12(EI)_f}{L^3} & -\frac{6(EI)_f}{L^2} & 0 & 0 & \frac{12(EI)_f}{L^3} & -\frac{6(EI)_f}{L^2} & 0 \\ \frac{(EA)_f}{L} & \frac{6(EI)_f}{L^2} & \frac{2(EI)_f}{L} - \frac{(EI)_n}{L} & \frac{h_w (EI)_n}{h_d L} & -\frac{(EA)_f}{L} & -\frac{6(EI)_f}{L^2} & \frac{4(EI)_f}{L} + \frac{(EI)_n}{L} & -\frac{h_w (EI)_n}{h_d L} \\ -\frac{h_w (EA)_f}{h_d L} & 0 & \frac{h_w (EI)_n}{h_d L} & -\left(\frac{h_w}{h_d}\right)^2 \frac{(EA)_n}{L} & \frac{h_w (EA)_f}{h_d L} & 0 & -\frac{h_w (EI)_n}{h_d L} & \left(\frac{h_w}{h_d}\right)^2 \frac{(EA)_n}{L} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{E_w A_w}{L} & 0 & 0 & 0 & -\frac{E_w A_w}{L} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12 E_w I_w}{L^3} & \frac{6 E_w I_w}{L^2} & 0 & 0 & -\frac{12 E_w I_w}{L^3} & \frac{6 E_w I_w}{L^2} & 0 \\ 0 & \frac{6 E_w I_w}{L^2} & \frac{4 E_w I_w}{L} & -\frac{E_w I_w}{L} & 0 & -\frac{6 E_w I_w}{L^2} & \frac{2 E_w I_w}{L} & \frac{E_w I_w}{L} \\ 0 & 0 & -\frac{E_w I_w}{L} & \frac{G_w A_w L}{3} + \frac{E_w I_w}{L} & 0 & 0 & \frac{E_w I_w}{L} & \frac{G_w A_w L}{3} - \frac{E_w I_w}{L} \\ -\frac{E_w A_w}{L} & 0 & 0 & 0 & \frac{E_w A_w}{L} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12 E_w I_w}{L^3} & -\frac{6 E_w I_w}{L^2} & 0 & 0 & \frac{12 E_w I_w}{L^3} & -\frac{6 E_w I_w}{L^2} & 0 \\ 0 & \frac{6 E_w I_w}{L^2} & \frac{2 E_w I_w}{L} & \frac{E_w I_w}{L} & 0 & -\frac{6 E_w I_w}{L^2} & \frac{4 E_w I_w}{L} & -\frac{E_w I_w}{L} \\ 0 & 0 & \frac{E_w I_w}{L} & \frac{G_w A_w L}{3} - \frac{E_w I_w}{L} & 0 & 0 & -\frac{E_w I_w}{L} & \frac{G_w A_w L}{3} + \frac{E_w I_w}{L} \end{bmatrix}$$

6. 解析結果

波形ウェブ橋梁の剛性マトリクスを用いて、既往の実験をモデルに解析を行った。

- 1) Table.1 に既往の実験¹⁾ および3次元FEM解析結果から得られたたわみを示す。表からよく一致していることがわかる。また、はり理論によるたわみとは大きく異なることがわかる。
- 2) Table.1 より、波形ウェブの鋼フランジを上下床版に換算断面積として加えて解析を行ったところ、ほとんど影響がないことがわかる。
- 3) Fig.2 に既往の実験および3次元FEM解析結果から得られたひずみ分布を示す。ひずみの分布の形状は一致しているが、若干誤差が生じており、今後さらに検討が必要である。

7. あとがき

本解析法により波形ウェブ橋梁の解析を行うことができた。

参考文献 1) 高速道路技術センター：波形鋼板ウェブを有する鋼コンクリート複合構造橋梁の長支間化に伴う技術検討，報告書，2001.3 2) 加藤久人・川畑篤敬・西村宣男：波形鋼板ウェブを有する鋼・コンクリート複合構造橋梁の変位と断面力の実用計算法，土木工学論文集，No. 703/I-59, 293-300, 2002.4 3) John T.Easley：Buckling formulas for corrugated metal shear diaphragms, 1975.7

Table.1 たわみの比較

たわみ(P=1314kN)	L/2点(mm)	L/4点(mm)
実験	2.7	1.7
3次元FEM解析	2.7	1.7
解析結果	2.85	1.73
解析結果 (鋼フランジ考慮)	2.85	1.73
はり理論	0.2	0.1

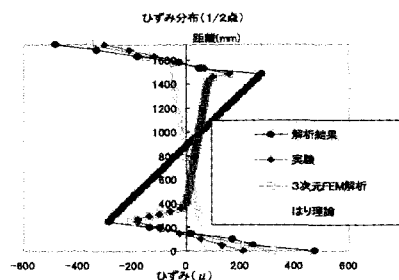


Fig.2 ひずみ分布