

任意の開き角を有する物体の応力拡大係数に関する一考察

松江高専 学生会員 ○佐竹 亮一

松江高専 正会員 浜野 浩幹

山梨大学 正会員 平島 健一

1. はじめに

現在、構造物の大型化や溶接構造の発達、構造材料の強度的な向上に伴い、構造物を構成する材料・部材のクラック進展による破壊現象に対する検討が重要な問題となっている。破壊は異種材料の結合面、あるいはクラック切欠きなどの幾何学的不連続点において応力集中を引き起こすことによって生ずることが多く、その取り扱い是一般にかなり複雑であるが、種々の条件下で用いられる構造部材などの破壊を予知したり防止するのに役立つ情報を提供するものである。

筆者らは、既に種々の異種材料が結合した複合材料に関して、任意の弾性定数、およびその結合面に対して任意の切欠きの方向と開き角をもつ最も一般的な形態の切欠きについて、面内および面外のそれぞれの破壊モードに対する応力・変位の特異解を求め提示した^{1),2)}。

また、破壊現象における重要なパラメータとして、クラックや切欠きの形状や材質、境界条件によって決定される応力拡大係数がある。この応力拡大係数を用いれば、クラック先端近傍に分布する応力の強さを一意的に把握できる利点があり、すでに、多くの研究者によっていろいろな構造形状のスリットクラックに対して求められている。本研究では、Williams 型の任意の開き角を有する切欠きについて応力拡大係数 K を定義し、この応力拡大係数 K を有限要素法による数値解析から求める方法について検討する。この場合、開き角を有するため特異解を考慮する必要が生ずる。

2. 特異解 λ

Williams 型の任意の開き角をもつ均質材中のクラック（図1）に関する特性方程式は式(1)のように得られる^{1),3)}。

$$\lambda^2 \sin^2 \phi - \sin^2 \lambda \phi = 0 \quad (1)$$

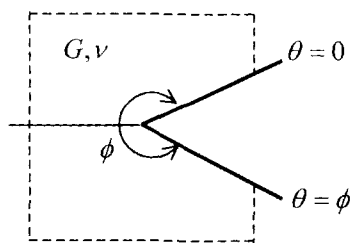
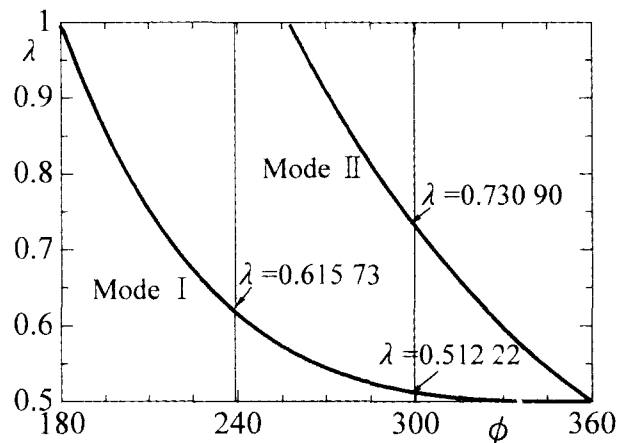


図1 任意の開き角を有する系

図2 領域角 ϕ に対する λ の解曲線

式(1)を解くことにより λ に関する特性曲線が図2のように得られる¹⁾。ここで、 ϕ を領域角という。

3. 応力拡大係数 K

単一部材において任意の開き角を有する切欠き先端近傍の各応力成分は次式により与えられる⁴⁾。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r(r, \theta) &= 2\lambda r^{\lambda-1} G a_3 [-Q \sin(\lambda+1)\theta + M_1 \cos(\lambda+1)\theta + R\{\sin(\lambda-1)\theta + N_1 \cos(\lambda-1)\theta\}], \\ \sigma_\theta(r, \theta) &= -2\lambda r^{\lambda-1} G a_3 [-Q \sin(\lambda+1)\theta + M_1 \cos(\lambda+1)\theta + P\{\sin(\lambda-1)\theta + N_1 \cos(\lambda-1)\theta\}], \\ \tau_{r\theta}(r, \theta) &= 2\lambda r^{\lambda-1} G a_3 [-Q \cos(\lambda+1)\theta - M_1 \sin(\lambda+1)\theta + Q\{\cos(\lambda-1)\theta - N_1 \sin(\lambda-1)\theta\}]. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} P &= -\frac{\lambda+1}{\lambda-\kappa}, \quad Q = \frac{\lambda-1}{\lambda-\kappa}, \quad R = \frac{\lambda-3}{\lambda-\kappa}, \quad \gamma = (\lambda+1)\phi, \quad \bar{\gamma} = (\lambda-1)\phi \\ M_1 &= -\frac{Q \cos \gamma - Q \cos \bar{\gamma}}{P \sin \gamma - Q \sin \bar{\gamma}} P, \quad N_1 = \frac{Q \cos \gamma - Q \cos \bar{\gamma}}{P \sin \gamma - Q \sin \bar{\gamma}} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式(2)の σ_θ の中で $K_\theta = 2a_3 G$ とおき K_θ を応力拡大係数と定義する。ここでは、計算例として図3のような片側にクラックのある帯板の一樣引張りの場合の応力拡大係数を求める。

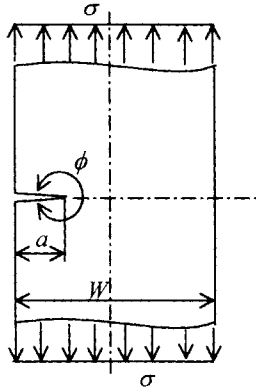


図3. 片側にクラックのある
帯板の一樣引張り

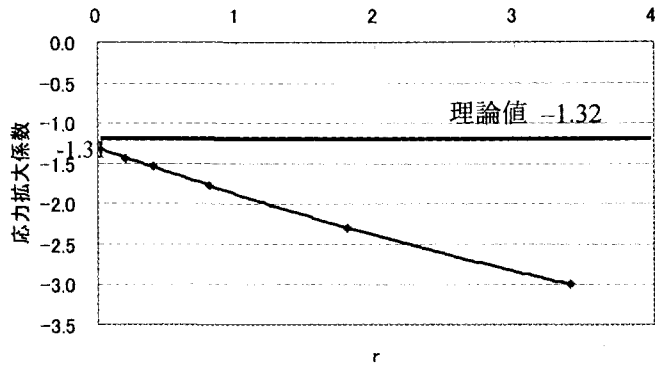


図4 応力拡大係数K

図3において、スリットクラックの場合($\phi=0$)について考える。クラック先端から距離 r が0.2, 0.4, 0.8, 1.8, 3.4のときの応力 σ_θ を求め、これより r が限りなく0に近づいたときの値を外挿によって求め、応力拡大係数 K の値とすると、図4に見られるように-1.31となる。理論値は-1.32であり十分な精度で求められている。

図5は同様の方法で開き角を持たせた場合の応力拡大係数を求めたものであり、また、図6はこの応力拡大係数を用いて領域角が360, 270, 240度の場合のクラック先端近傍の応力を計算したものである。

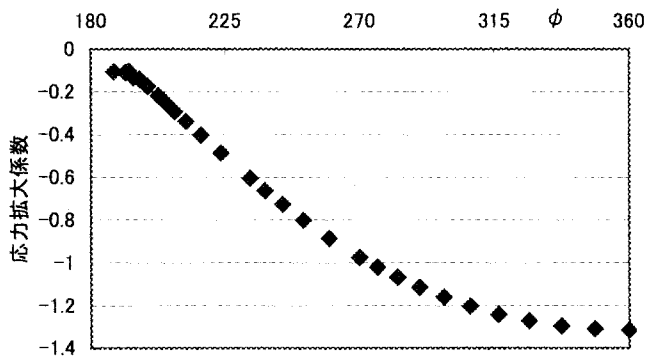


図5 領域角 ϕ に対する応力拡大係数

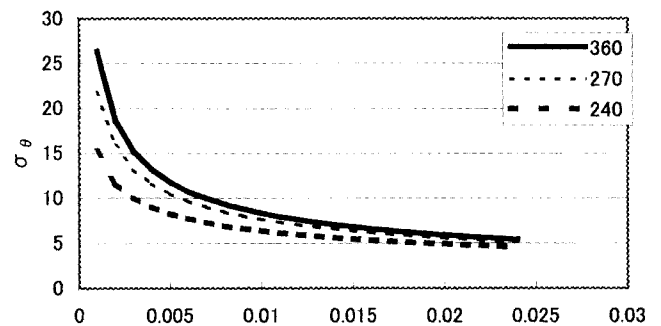


図6 クラックが存在する境界における応力 σ_θ

また、図7は領域角 $\phi=240^\circ$ における応力($r=0.001$)を計算したものである。

4. あとがき

図6, 図7は既に求めた結果と一致しており^{1), 4)}、任意の開き角を有するクラックに対しても応力拡大係数を求めることが有用であることを示した。

参考文献 1) 浜野・他, 機論 57-535, 637-644, A(1991).

2) 浜野・他, 機論 57-544, 3037-3044, A(1991). 3) 岡村, 線形破壊力学. 4) 浜野・他, 松江高専研究紀要, No.34, 43-55, (1999).

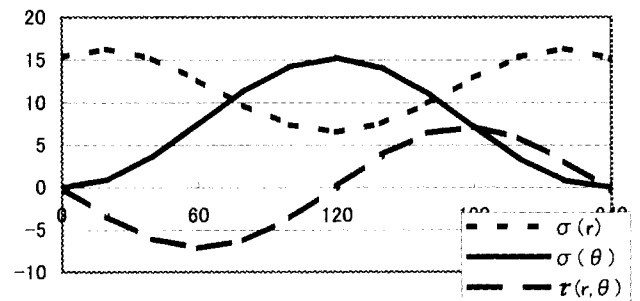


図7 領域角 $\phi=240^\circ$ における応力($r=0.001$)