非観測誤差の系列相関を考慮したゲームの利得推定法

石本建設有限会社　正会員　○藤原　大
鳥取大学工学部　正会員　喜多　秀行
鳥取大学工学部　正会員　谷本　圭志

1．はじめに

行動結果から利得を推定する方法の一つとして提案されている「ゲームの逆解析法」[1]では，各プレイヤーの利得の誤差項間に独立性を仮定しているが，実際には相関性を有していると考えられる．そのような系列相関を考慮せずに利得を推定すると，推定結果にバイアスが生じる可能性があり，利得の推定精度が低くなる．そこで本研究では，上記のバイアスを回避し，より推定精度の高い利得推定法を提案する．

2．基本的な考え方

「ゲームの逆解析法」では，プレイヤーの利得を，観測可能要因によって記述できる確定項と，それ以外の要因による誤差項との和で表しており，誤差項を互いに独立であると仮定している．しかし同一の状況下で戦略を選ぶゲーム理論の世界では，非観測要因はそれぞれのプレイヤーの各戦略間でほとんど同一であると考えられ，誤差項の系列相関を考慮する必要がある．

そこで本研究では，SP データと RP データの系列相関による推定バイアス問題を，誤差項を個人・選択肢に共通なシステマティックな部分と，そうでない部分に分解することで解消するという方法[2]を参考に，系列相関に起因する推定バイアスのない新たな利得推定法を提案する．

3．モデル

本研究では Kita, Tanimoto, andFukuyama[1]と同様に，均質な選好構造を有する多数のプレイヤーが同時並行的に複数のゲームを行う世界を想定し，完備情報下における非協力ゲームを対象とし，簡単の為に2人のプレイヤーk（k=1，2）がそれぞれ2つの戦略i（i=1，2），j（j=1，2）をもつ2×2ゲームを想定する．

プレイヤーの利得をパラメータαと説明変数Xの線形結合からなる確定項$V(\alpha, X)$と，誤差項εの和，

$$U_{ij}^{k}=V_{ij}^{k}(\alpha_{ij}^{k},\ X_{ij}^{k})+\varepsilon_{ij}^{k} \qquad (1)$$

として表し，さらにUの誤差項εを

$$\varepsilon_{ij}^{k}=\theta_h\cdot\lambda_h+v_{ij}^{k} \qquad (2)$$

h：システマティックな誤差の種類
θ：パラメータ
λ：システマティックな誤差
v：システマティックでない誤差

と分解する．

2×2ゲームの場合，例えばプレイヤー1の利得を考えたとき，プレイヤー1がある戦略を選択した場合に得られる（相手の戦略に依存しない）利得と，プレイヤー2がある戦略を選択した場合に得られる（自分の戦略に依存しない）利得を考えると，各利得間に4種類のシステマティックな誤差が存在する．プレイヤー2の場合も同様にして考えると表1のような利得表が書ける．

表1　ゲームの利得

	プレイヤー2の戦略1	プレイヤー2の戦略2
プレイヤー1の戦略1	$V_{11}^1+\theta_1\lambda_1+\theta_2\lambda_2+v_{11}^1$	$V_{12}^1+\theta_1\lambda_1+\theta_3\lambda_3+v_{12}^1$
	$V_{11}^2+\theta_5\lambda_5+\theta_6\lambda_6+v_{11}^2$	$V_{12}^2+\theta_5\lambda_5+\theta_7\lambda_7+v_{12}^2$
プレイヤー1の戦略2	$V_{21}^1+\theta_2\lambda_2+\theta_4\lambda_4+v_{21}^1$	$V_{22}^1+\theta_3\lambda_3+\theta_4\lambda_4+v_{22}^1$
	$V_{21}^2+\theta_6\lambda_6+\theta_8\lambda_8+v_{21}^2$	$V_{22}^2+\theta_7\lambda_7+\theta_8\lambda_8+v_{22}^2$

各プレイヤーの利得の確定項が$U(\alpha, X, \lambda, \theta)$であるという条件の下で均衡解$E_{ij}$が生起する確率$p_{ij}$は以下のように表される．

$$p_{ij}=\sum_{s=1}^{S}\delta_{ij}^{s}\cdot\gamma_{ij}^{s}\cdot prob(C_s|U(\alpha,X,\lambda,\theta)) \qquad (3)$$

s　：プレイヤーの行動を決定する要因となる，各利得の大小関係の組み合わせにつけた番号（s=1,…,S）
δ_{ij}^{s}：行動結果の組(i, j)が観測されたと

き1，それ以外のとき0をとるダミー変数

γ_{ij}^{s}：均衡解選択確率

$prob(C_s \mid U(\alpha, X, \lambda, \theta))$：利得の大小関係 C_s が生起する確率

λを固定した場合，νが独立かつ同一のガンベル分布に従うとすると$prob(C_s \mid U(\alpha, X, \lambda, \theta))$は通常の多項ロジットモデルで与えられるので，$\lambda$に依存した$p_{ij}(\lambda)$が求められる．

λは確率変数なので，λの確率密度関数$f(\lambda)$を用いて，$p_{ij}(\lambda)$の期待値をとることにより，均衡解の生起確率P_{ij}が以下のように求められる．

$$P_{ij} = \int p_{ij} \cdot f(\lambda) d\lambda \qquad (4)$$

これを基に尤度関数$L(\alpha,\theta,\gamma \mid X)$を構成し，最尤推定法を用いてパラメータを推定する．

4．モデルの検証

上記の考え方に基づき，Kita,Tanimoto,and Fukuyama[1)] と同じ，東名豊田ＩＣ の高速道路流入部における車両の流入・避走挙動の観測データからパラメータを推定し，非観測誤差の系列相関を考慮せずに求めたパラメータ推定結果と比較することで，本研究で提案したモデルの有用性を検証する．検証にあったて，確定項Vを文献1）と同様に

$$V_{ij}^{k} = \alpha_{ij}^{k} \cdot \ln(X_{ij}^{k}) + \beta_k \qquad (6)$$

と表す．ただし，kはプレイヤーを表し（$k=1$：流入車，$k=2$：走行車），iはプレイヤー1の戦略（$i=0$：流入しない，$i=1$：流入する），jはプレイヤー2の戦略（$j=0$：避走しない，$j=1$：避走する）を表している．X_{ij}は，戦略の組が(i, j)であるときの，TTCで測定した衝突危険度であり，β_kは定数項（β_1：プレイヤー1が流入するときの利得，β_2：プレイヤー2が避走しないときの利得）である．

λを固定して各利得の差をとると，$\theta_1\lambda_1-\theta_4\lambda_4$と$\theta_6\lambda_6-\theta_7\lambda_7$だけが残る．ここで，計算を簡単にする為に$\theta_1=\theta_4=\theta_6=\theta_7=1$とおき，$\lambda_1-\lambda_4=\mu_1$ $\lambda_6-\lambda_7=\mu_2$とおいて，$p_{ij}(\lambda)$を$p_{ij}(\mu)$で表す．

システマティックな誤差は同一の標準正規分布に従うとして，P_{ij}を導出し，最尤推定法を用いてパラメータ推定を行ったところ，表2に示す結果がえられた．

表2　　パラメータの推定結果

パラメータ	推定結果（誤差の系列相関を考慮せず）	推定結果（誤差の系列相関を考慮）
α_{00}^{1}	0.518	3.527
α_{10}^{1}	2.580	2.920
α_{01}^{1}	2.362	4.176
α_{00}^{2}	0.587	14.122
α_{01}^{2}	1.867	17.857
α_{10}^{2}	0.861	1.286
β_1	0.190	3.814
β_2	2.914	3.319
ρ（尤度比）	0.549	0.646

二つの推定結果を比べると，プレイヤー2の利得を考えたとき，“プレイヤー1が流入し，プレイヤー2が避走しないとき”よりも，“プレイヤー1が流入せず，プレイヤー2が避走しないとき”の方が安全であるにもかかわらず，誤差の系列相関を考慮しない場合，$\alpha_{00}^{2} < \alpha_{10}^{2}$となっており，論理的ではないパラメータの大小関係がみられた．系列相関を考慮した場合に，上記のバイアスは解消されており，より実態に即した推定値を示していることがわかる．尤度比に関してもより高い数値が得られている．

以上のことより，誤差の系列相関を明示的に考慮することで，誤差の系列相関に起因する推定バイアスは解消されたと考えられる．

5．おわりに

本研究では，誤差項の系列相関を明示的に考慮する利得推定法は提案した．一例のみの実証分析ではあるが，本提案は系列相関に起因する推定バイアスを解消する方法として有効であるということができる．

1) Kita.H，K.Tanimoto,and K.Fukuyama: An Inverse Analysis of Merging-Giveway Game; Focusing on the Equilibrium Selection,in Tayler,M.ed.: Transportation and Traffic Theory, Elsevire, 2002 (to appear)

2) 森川高行・山田菊子：系列相関をもつRPデータとSPデータを同時に用いた離散型選択モデルの推定法，土木学会論文集，No.476，pp.11～18，1993