

投資理論と社会基盤ストックの評価に関する一考察

鳥取大学工学部 正会員 ○横松宗太

1. はじめに

インフラストラクチャー（社会基盤、以下“インフラ”と記す）は民間企業の投資行動に大きな影響を与える。企業の生産性を向上させるインフラには、輸送施設やエネルギー供給施設等の物的インフラがある。また市場の安定化を目的とする法制度や事業免許取得の許認可制度、警察、裁判等の制度インフラも含まれる。政府によるインフラ整備は多国籍企業の子会社の設立等、国際的な資本の流入を誘発する。国際的な資本の集積は外国からの技術移転をもたらす、さらに国内の生産性を向上させる。

従って社会のインフラストックの価値や政府によるインフラ投資の経済効果を評価するためには開放経済モデルの枠組みが必要となる。また非市場財であるインフラはshadow priceによって評価される。そこで本研究ではインフラのshadow priceの構造を明らかにする。また時々刻々のshadow priceの値からインフラ投資の決定を導くための投資関数を導出することを目的とする。

2. 生産技術のモデル化

Ramseyモデルを用いて開放経済における一国政府のインフラ投資行動について分析する。家計は無限の将来に亘る視野をもつ。また家計は非弾力的に企業に1単位の労働を供給して賃金を得る。国内の家計数 L は変化しないと仮定する。一方、資本は自由に国境を越えて移動する。企業は完全競争的に操業するとする。時刻 t における世界市場の資本の収益率を $r(t)$ とする。国内の企業 i の生産水準は $Y_i(t) = F(K_i(t), L_i, G(t), K(t))$ により表されると仮定する。 $K_i(t), L_i$ はそれぞれ企業 i が生産に投入する資本、労働を、 $K(t) = \sum_i K_i(t)$, $L = \sum_i L_i$ はそれぞれの国内の総和を表す。また $G(t)$ はインフラのストック水準を表す。生産技術 $F(\cdot)$ は $K_i(t), L_i$ に関して1次同次であるとする。そこで一家計あたりの変数で表した集約形 $y = Y_i/L_i = f(k, G, K)$ を用いよう。ただし $k = K_i/L_i$ である。企業数は意味をもたないため表記 i は省略する。また以後、時刻を示す t の表記を省略することがある。

企業にとって各時刻の $G(t), K(t)$ は所与とする。すなわち企業は自らの投資行動が、政府のインフラ投資行動や国内資本の総和 K に与える影響を考慮しないと仮定する。

いま、資本の集積が技術移転等の外部経済をもたらす場合をcase.1としよう。 $f(\cdot)$ について以下の仮定を設ける。

$$f_k > 0, f_{kk} \leq 0, f_G > 0, f_{GG} \leq 0 \quad (1a)$$

$$f_K > 0, f_{KK} \leq 0, f_{kG} \geq 0, f_{KG} \geq 0, f_{kK} \geq 0 \quad (1b)$$

以後、下付きの添え字は当該変数による偏微分を表す。一方、case.2では資本の集積が過密による外部不経済をもたらすケースを考える。混雑は企業の投資の限界生産性を低下させると仮定する。そしてインフラとして混雑の限界効果を緩和する施設や制度を対象とする。

$$f_k > 0, f_{kk} \leq 0, f_G > 0, f_{GG} \leq 0 \quad (2a)$$

$$f_K < 0, f_{KK} \geq 0, f_{kG} \geq 0, f_{KG} \geq 0, f_{kK} \leq 0 \quad (2b)$$

case.1, case.2ともに企業投資に調整費用はかからないとする。従って、いずれのケースでも完全競争市場において企業は利潤を留保せず、毎時刻、以下の均衡が成立している。

$$f_k(\cdot) = r(t), \quad w = f(\cdot) - r(t)k \quad (3)$$

ただし、 w は家計の労働賃金である。上式より企業の投資関数 $\tilde{k} = \tilde{k}(r, G, \tilde{K})$ が導かれる。また $\tilde{K} = \tilde{K}(r, G, \tilde{K})$ を解くことにより、国内の総資本 $\tilde{K} = \tilde{K}(r, G)$ が導かれる。陰関数定理を適用すると、case.1においては \tilde{k}, \tilde{K} に関して以下の性質を得る。

$$\tilde{k}_r < 0, \tilde{k}_G > 0, \tilde{k}_K > 0 \quad (4a)$$

$$\tilde{K}_r = \frac{L}{f_{kk} + Lf_{kK}}, \quad \tilde{K}_G = -\frac{Lf_{kG}}{f_{kk} + Lf_{kK}} \quad (4b)$$

総資本への影響は生産技術の収穫逨減性と集積の外部経済性の大小関係に依存する。一方、case.2については

$$\tilde{k}_r < 0, \tilde{k}_G > 0, \tilde{k}_K < 0, \tilde{K}_r < 0, \tilde{K}_G > 0 \quad (5)$$

世界利子率の上昇により海外市場へ資本が流出する。

3. インフラ投資問題

家計は消費 $c(t)$ より得られる効用 $u(c(t))$ の現在価値を最大化するように毎時刻の消費と貯蓄を決定する。ただし $u' > 0, u'' > 0$ である。「 \cdot 」は1変数関数における1階微

分, 2階微分を表す. 政府は税を原資にインフラ投資 $I(t)$ を行う. 投資率を $z(t) = I(t)/G(t)$ と表す. いま毎時刻の投資 $z(t)G(t)$ には費用 $\phi(z(t))G(t)$ がかかると仮定する. $\phi(\cdot)$ は調整費用関数であり以下の性質を満足する.

$$\phi(0) = 0, \phi'(z) > 0, \phi'(0) = 1, \phi''(z) > 0 \quad (6)$$

一括税を仮定すると, 企業の投資行動を所与とした家計と政府の間の市場分権解は集権解に一致する. そこで本研究ではファースト・ベストの問題によって, 政府による最適なインフラ投資行動を導出することとする.

$$\max_{c(t), z(t)} \int_0^{\infty} u(c) \exp(-\theta t) dt \quad (7a)$$

subject to

$$\dot{a} = ra + f(\bar{k}, G, \bar{K}) - r\bar{k} - c - \phi(z)G/L \quad (7b)$$

$$\dot{G} = zG \quad (7c)$$

$$c(t) \geq 0, 0 \leq z(t) \leq 1 \quad (7d)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} a(t) \exp\left\{-\int_0^t r(l) dl\right\} \geq 0 \quad (7e)$$

$a(t)$ は一家計あたりの資産水準を表す. またインフラ資本は減耗しないと仮定する. 式(7e)はNo-Ponzi-Game条件である. 式(7b),(7c)に対応する随伴変数をそれぞれ $\lambda(t)\exp(-\theta t)$, $\lambda(t)q(t)\exp(-\theta t)/L$ とおく. 内点解を仮定すると以下の最適化条件を得る.

$$u'(c) = \lambda, \phi'(z) = q \quad (8a)$$

$$\dot{\lambda} = -(r - \theta)\lambda \quad (8b)$$

$$\dot{q} = rq - (f_G + f_K \bar{K}_G)L + \phi(z) - \phi'(z)z \quad (8c)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} a(t)\lambda(t)\exp(-\theta t) = 0 \quad (8d)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} G(t)\lambda(t)q(t)\exp(-\theta t)/L = 0 \quad (8e)$$

$q(t)/L$ は資産の価値で基準化したインフラ資本の shadow price である. 式(6)(8a)より最適投資率 z に関する逆関数を導くことができる.

$$z = \zeta(q), \zeta(1) = 0, \zeta'(q) > 0 \quad (9)$$

すなわち国内の家計数を乗じたインフラ資本の shadow price $q(t)$ が 1 より大きいとき, そのときのみ政府はインフラに投資するべきであることがわかる. $q(t)$ はインフラ投資における“Tobinの q ”, $\zeta(q)$ はインフラの投資関数に相当する. $q(t)$ は以下の構造をもつ.

$$q(t) = \int_t^{\infty} \{(f_G + f_K \bar{K}_G)L - \Phi_G(I, G)\} \exp\left(-\int_t^{\nu} r dl\right) dl \quad (10)$$

被積分関数の第1項はインフラ整備の直接効果を表す. 第2項は資本の集積による外部性を通じた間接効果を表

す. この効果は企業の投資行動が外部性を考慮に入れないことにより現れる. 関数 Φ はネットの調整費用を表す.

$$\Phi(I, G) = \{\phi(z) - z\}G \quad (11a)$$

$$\Phi_G(I, G) = \phi(z) - \phi'(z)z < 0 \quad (11b)$$

すなわち式(10)の第3項はインフラ資本が蓄積されるにしたがって, 調整費用が減少する便益を示す. 基準化された shadow price $q(t)$ は, 以上の要素により構成された将来の限界生産物の割引現在価値に等しい.

4. 定常状態

インフラ整備問題の移行動学は位相 $(G(t), q(t))$ において, 式(7c)(8c)により記述される. 定常状態は $\dot{G} = \dot{q} = 0$ によって定義される. インフラ資本は減耗しないため, 定常状態では $z = 0$ であり次式が成立する.

$$q = 1 \quad (12a)$$

$$(f_G + f_K \bar{K}_G)L = r \quad (12b)$$

$f(\cdot)$ に関する偏微分が $(\bar{k}(r, G, \bar{K}(r, G)), G, \bar{K}(r, G))$ において定義されることに留意すると, 上式より定常状態の最適インフラストック水準 $G^s = G^s(r, L)$ が, パラメータである世界利子率と家計数の関数として得られる. また $G^s(r, L)$ の比較静学分析を通じて, 外的な経済環境が政府のインフラ整備政策に与える影響について推測することができる. 例えば r の上昇によって外国における技術進歩を表すことができる. また L が上昇すると, 税負担者の増加による公共財の規模の経済性が効いてくる. しかし, いずれの場合も代替効果や所得効果等, 双方向の効果が複雑に重なり合う. 従って生産関数形やパラメータの値を特定化して, 具体的なケースを対象に定量的に影響を推計することが必要となる.

また, 生産関数が各変数に関して稲田条件を満足しないとき, 1階の最適化条件が端点解をもつ場合がある. そして経済は定常状態に至らずに恒常的に成長する場合がある. 紙幅の都合上, インフラ投資によって経済が永久に成長する条件等の分析については発表時に報告する.

5. おわりに

式(10)は, 基準化された shadow price $q(t)$ が無限の将来にわたる最適投資行動を通じて定義されることを示す. 今後はインフラの価値が当該時点で観察可能なデータにより推計される可能性に関して検討する. また, フローの性格をもつ政府支出の経済効果の評価手法を導出する予定である.