

軸対称構造物の動的応答解析

松尾橋梁 正会員 ○田中 剛
 広島大学 正会員 有尾 一郎
 広島大学 正会員 藤井 堅

1. はじめに

構造物の動的非線形問題は、その挙動が非常に複雑になり、系の安定性を喪失させる原因となるため、数値解析によりその特性を把握しておくことは重要である。特に、対称構造物は(多重)特異点を持つために、分岐後の釣合経路探索において現行の非線形有限要素解析でも困難であり、本質的な非線形動的解析は非常に困難である。通常自然界では、2つ以上の同一レベルの分岐現象が存在しても、初期条件の敏感性などにより唯一の経路のみを選択してしまう。そのため、通常我々にとって別の現象を発見することは容易なことではない。

本研究では、非線形動的有限変位解析プログラムを独自に開発し、大規模な対称性を持つ構造物の動的荷重作用下における崩壊挙動の追跡を行う。また、静的釣り合い経路を追跡するための解析プログラムについても同時に作成し、動的非線形挙動と静的釣り合い経路についても比較検討を行う。さらに、その構造物の幾何情報とその動的非線形挙動から、系の崩壊パターンに着目するとともに、崩壊を予測することを試みる。

2. 非線形動的釣り合い方程式の定式化

本研究の動的挙動解析で用いる運動方程式は

$$M\ddot{u}(t) + C\dot{u}(t) + f(u(t)) = P(t) \quad (1)$$

のような復元力項 $f(u(t))$ が非線形となる Duffing 振動方程式である。ここで、 M は質量マトリックス、 C は減衰マトリックス、 $P(t)$ は強制外力を表す。式(1)を

$$\begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \ddot{u} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M^{-1}K^* & -M^{-1}C \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ \dot{u} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1} \end{bmatrix} P \dots\dots\dots (2)$$

のように2つの1階のODEsに分割し、Runge-Kutta法を適用する。

3. 解析プログラムの検証

本研究で作成した解析プログラムの検証のために、diamond-trussの解析を行った結果を示す。本研究で作成した静的釣り合い経路の追跡を行う解析プログラムは、Newton-Raphson法と荷重増分法及び変位増分法の混合法を用いて作成した。また、動的挙動解析プログラムは、高精度のRunge-Kutta法により陽的解法を用いて作成した。解析結果の荷重パラメータ f と頂点の鉛直方向変位 v_z の $f-v_z$ 曲線を図-1に示す。図中の破線は主経路を示しており、太線は動的飛び移り現象(Dynamic snap-through)、動的分岐現象(Dynamic bifurcation)を示している。既往の研究による静的釣り合い経路と比較することにより、静的釣り合い経路追跡プログラムの妥当性が確認でき、また、動的挙動解析結果は最終的に静的釣り合い経路上に収束していることより、動的挙動解析プログラムの妥当性についても確認できた。ここで D_1, D_2, D_3 は、崩壊パターンを示しており、崩壊パターンの異なる動的飛び移り現象が、静的釣り合い経路追跡上の特異点近傍で発生していることが分かった。また、崩壊パターンの違いにより最大耐荷力が異なることについても確認できた。

4. 動的釣合経路で現れる「対称性破れ」現象

本解析では、部分球体骨組構造の離散化モデルについて座屈後の動的不安定挙動解析を行うことにより、対称性の破れパターンを追跡する。また、要素分割数が異なるパターンについて同様の解析を行い、分割数が動的不安定現象及び「対称性の破れ」に及ぼす影響について調査する。具体的に

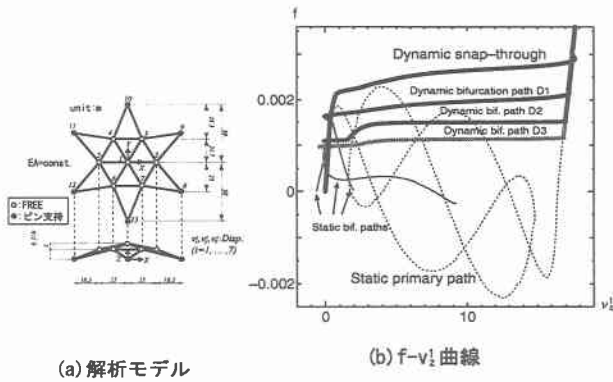


図-1 つり合い曲線と動的飛び移り現象

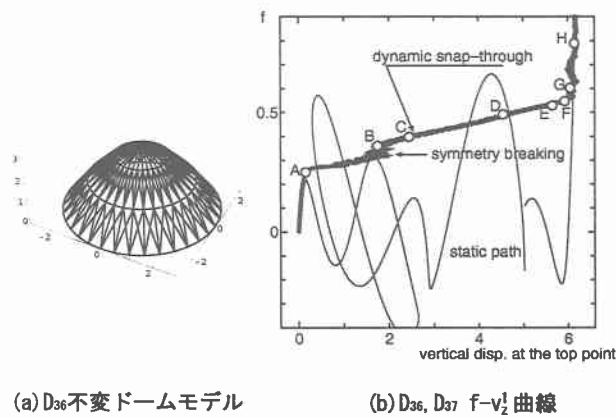
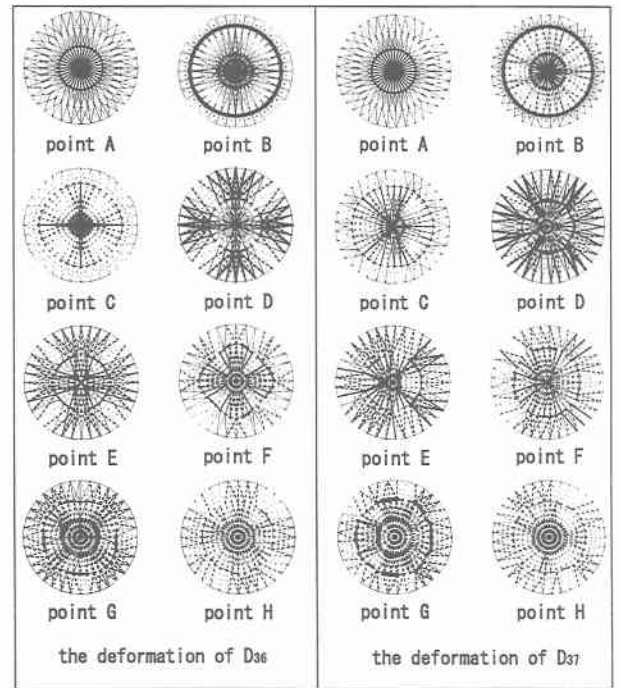
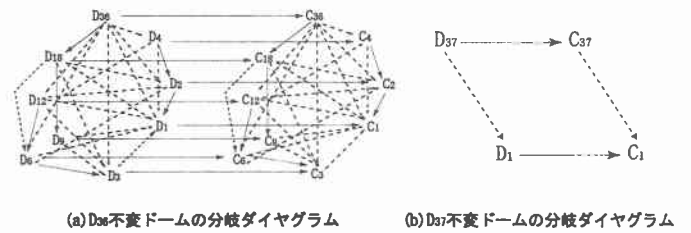


図-2 解析モデルと動的不安定現象

本解析では、 D_{36} 及び D_{37} 不変ドームの解析を行う。図-2(a)に解析モデルを示し、同図(b)に解析結果の荷重パラメータ f と頂点鉛直方向変位 u_z^1 の $f-v_z$ 曲線を示す。図-2(b)の細線は静的つり合い経路を太線は D_{36} 及び D_{37} の動的挙動の軌跡であり、多少振動しながら、同一の軌道上に現れた。また、図中のA-Hにおける対称性破れのプロセスを図-3に示す。また、 D_{36} 及び D_{37} のダイヤグラムを図-4に示す。以上の解析より、ある無限対称性を持つ系がその要素分割によって有限化されるとき、その分割数に対応する分岐ダイヤグラムに基づいて臨界現象を伴う対称性破れが発生した。

5. 結論

1. 本研究で作成した解析プログラムにより、構造物の破壊挙動を追跡することができ、構造

図-3 D_n 不変対称ドーム構造の変形図 ($n = 36, 37$)図-4 D_{36}, D_{37} 不変な系の階層的な分岐の仕組み

物の崩壊時における崩壊パターンの違いが現れた。

2. diamond-truss の解析により、動的な分岐現象も静的な分岐現象と同様に特異点で起きることが確認できた。
3. 要素分割の方法により、系が本来持っている対称性とは異なる崩壊モードが現れ、離散化に伴う「対称性の破れ」が制限されてしまい実現象の再現上に問題があることが分かった。

参考文献

- 1) Nawrotzki, P. and Eller, C.: Numerical Stability Analysis in Structural Dynamics, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. **189**, 915-929, 2000.