

衝撃力が作用する梁の減衰定数の同定

松江工業高等専門学校 正会員 ○柴田俊文

北海道大学大学院 フェロー 三上 隆

㈱地崎工業 正会員 須藤敦史

1. はじめに

衝撃力が作用する構造物の信頼性・安全性を検討するには衝撃力・構造物の挙動等を正確に把握することが重要である。しかし、構造物の減衰の影響によって衝撃力波形・応答波形の評価が異なるため、減衰定数を確定することが必要となってくる。本研究では、両端単純支持梁中央に衝撃力が作用する場合を考え、梁中央の変位波形より拡張カルマンフィルタを用いて減衰定数の同定を行った。ここで衝撃力・変位波形は既知であるものとし、理論値を用いて解析を行い数値適用性の検討を行った。また拡張カルマンフィルタでは変換行列の成分を時刻毎に計算しているが、その値が計算時刻以前の条件によって変化するため、その影響についても検討を加えた。

2. 拡張カルマンフィルタ

拡張カルマンフィルタは状態方程式（式(1)）及び観測方程式（式(2)）から構成されている。

$$\mathbf{x}_t = \mathbf{f}_{t-1}(\mathbf{x}_{t-1}) + \mathbf{\Gamma}_{t-1} \mathbf{w}_{t-1} \quad (1)$$

$$\mathbf{z}_t = \mathbf{h}_t(\mathbf{x}_t) + \mathbf{v}_t \quad (2)$$

ここで $\mathbf{f}_{t-1}$ と $\mathbf{h}_t$ は非線形関数を表し、 $\mathbf{x}_t$ は状態量、 $\mathbf{\Gamma}_{t-1}$ は変換行列、 $\mathbf{w}_t$ はシステムノイズ、 $\mathbf{z}_t$ は観測値、そして $\mathbf{v}_t$ は観測ノイズを表す。本研究では減衰定数を状態量とし、観測値は梁中央の変位波形としているため、それらの関係は非線形となる。式(1)を状態量のまわりで 1 次のオーダーで線形化して減衰定数が定常性を示すとし、さらにシステムノイズを無視すると次式を得ることができる。

$$\mathbf{x}_t = \mathbf{I} \mathbf{x}_{t-1} \quad (3)$$

一方、式(2)の $\mathbf{h}(\mathbf{x}_t)$ を状態量で微分したものが変換行列 $\mathbf{H}_t$ であり、状態量と観測値との勾配を表す。変換行列 $\mathbf{H}_t$ の各成分は影響係数法を用いて時刻毎に解析的に求める。本解析は時間積分を用いた動的解析のため、変換行列の値はそれ以前の時刻の値（変位・速度等）に大きく依存する。そこで本研究では、変換行列計算時の数ステップ（時間）前から変位・速度等を計算し、そのステップ（時間）を変化させて同定結果を比較検討した。

3. 数値解析例

図-1 に解析モデルを示す。数値解析には正方形の梁を使用し、その諸元は $b/h = 1.0$, $L/h = 10$, $EI/\kappa AGL^2 = 0.237 \times 10^{-2}$, $I/AL^2 = 0.833 \times 10^{-3}$, $\kappa = 10(1+\nu)/(12+11\nu) = 0.845$ である。ここで b は梁の幅、 h は梁の高さ、 E は縦弾性係数、 L は梁の長さ、 G はせん断弾性係数、 I は断面二次モーメント、 A は断面積、 ν はポアソン比、 κ はせん断補正係数を示す。梁は弾性の範囲で適用可能であるとして有限要素法で離散化し、Timoshenko 梁理論を用いた一次元のはり要素を使用する。時間積分法は Newmark β 法 ($\beta=0.25$) を採用し、時間刻みは梁の最低次固有周期の 1/1000 以下に設定した。また、減衰に関しては次式を用いて解析を行った。

$$[C] = 2\zeta/\omega \cdot [K] \quad (4)$$

ここで、 $[C]$ は減衰マトリックス、 $[K]$ は剛性マトリックス、 ζ は減衰定数、 ω が梁の一次固有円振動数である。減衰定数については理論値作成時に $\zeta=0.1$ として、この値を厳密解とした。影響係数法の微小増分は厳密解の 1/100 とし、拡張カルマンフィルタの初期推定誤差共分散と観測誤差分散は、無次元化した値を用いてその比 P_0^*/R_t^* を 1.0×10^8 として解析を行った。ここで図-2(a), (b) は、梁に作用する衝撃力波形、変位波形（観測値）を縦軸に、無次元化した時系列を横軸に示したものである。

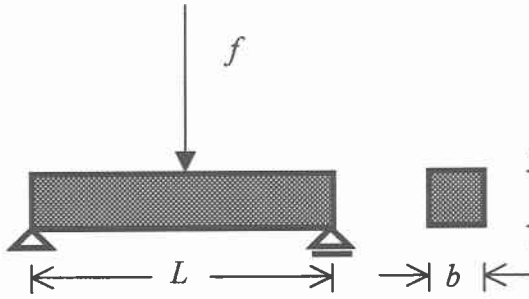
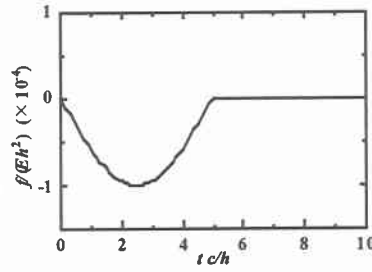
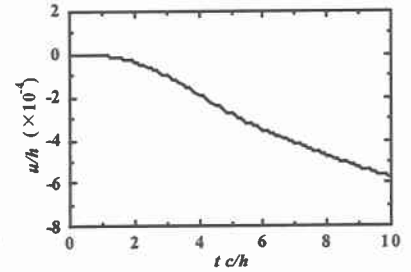


図-1 解析モデル



(a) 衝撃力波形



(b) 変位波形

図-2 解析に用いた波形

4. 解析結果

本研究では厳密解 $\zeta=0.1$ に対して、初期推定値 $\hat{x}_0=0.05$ 及び $\hat{x}_0=0.15$ の二種類について解析を行い、同定結果に対する影響を調べた。図-3(a), (b)は縦軸を減衰定数、横軸を時間とし、無次元化して示した結果である。ここで、影響する時間については1ステップ前、5ステップ前及び10ステップ前の三種類（1ステップは $t c/h=0.1$ ）について解析を行い、それぞれ点線、実線及び一点鎖線で示し、厳密解を破線で表した。

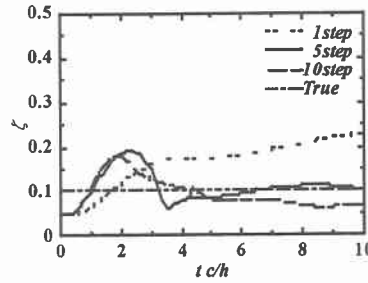
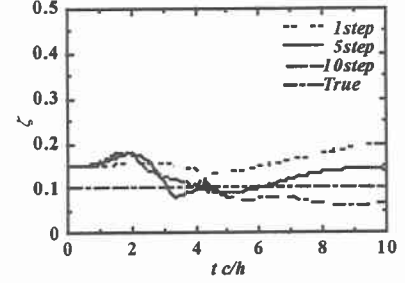
(a) $\hat{x}_0 = 0.05$ (b) $\hat{x}_0 = 0.15$

図-3 解析結果（減衰定数）

図-3(a), (b)より、 $t c/h=5$ より前では同定値と厳密解がやや離れているのが確認できる。これは $t c/h=0 \sim 5$ では衝撃力が作用しているため、変換行列に少なからず影響を与えているためだと考えられる。また、考慮する時間が1ステップの場合、同定値と厳密解との差が大きくなっていつているのがわかる。これは、過去の情報（変位・速度等）が限時刻に十分に伝達されていないため、適切な変換行列の値が得られず、その結果不良な同定値が得られていると考えられる。しかし、過去の情報が入るように5ステップ～10ステップに設定すると、(b)では厳密解とやや開きがあるものの、 $t c/h=5$ 以降で良好な結果が得られていることがわかる。以上より、荷重載荷時にはやや同定値の収束性が劣るものの、自由振動状態においては良好な結果が得られることが確認できる。また、逆問題では初期条件の設定が解析結果に大きな影響を及ぼすことが知られているが、厳密解に対し初期条件が ± 0.05 の範囲で同定可能であることがわかる。

5. まとめ

本研究では、拡張カルマンフィルタによる減衰定数の同定について検討を行った。以下に本研究の主要な結論を示す。

- ① 拡張カルマンフィルタによる減衰定数の同定の適用性を確認することができた。
- ② 今後、衝撃力載荷時における減衰定数の同定の確立が必要である。

参考文献

- 1) 星谷勝, 斉藤悦郎: 建設技術者のためのデータ解析と応用 カルマンフィルタを中心として, 鹿島出版会, 1991.
- 2) 柴田俊文, 三上隆, 須藤敦史, 蟹江俊仁: カルマンフィルタによる梁の衝撃力の同定, 構造工学論文集, 土木学会, Vol.48A, pp.1485-1491, 2002.
- 3) 柴田俊文, 須藤敦史, 三上隆, 菰澤憲吉: 梁に作用する非定常な衝撃荷重の同定, 応用力学論文集, 土木学会, Vol.1, pp.91-98, 1998.