

デローニー三角分割結果の四面体要素形状の修正について

岡山大学自然科学研究科 正会員 ○真鍋 友和

岡山大学自然科学研究科 正会員 谷口 健男

1. はじめに

多くの有限要素分割に利用されているデローニー三角分割法とは、与えられた全ての節点を用いて、凸領域を四面体要素に分割する幾何学分割である。この手法で生成された要素は、常に与えられた点位置に対して良好な形状を与えることが知られている。その一方で、この手法で得られた四面体分割から、点を適宜追加したりする方法はいまだ見当たらない。そこで本研究では、デローニー三角分割結果に対し、自由に点の追加、削除を行い得る手法提案のための理論的考察を行う。

2. デローニー三角分割結果からの点削除

まず入力データとして用いる、デローニー分割の結果得られる、要素の形状の特性を示す。

- ① 凸形状である。
- ② 分割結果は点座標で一義的に決まる。
- ③ デジェネラシー(複数の四面体が同じ外接球を共有し、複数の解が存在する状態)の場合の四面体分割は、四面体分割に用いられた点順序で決まる。
- ④ 1番から n 番までの点を順次導入して得られるデローニー三角分割のうち、第 i 点($1 < i < n$)を導入した段階で得られる四面体集合と、その i 点導入前の四面体集合の違いは、点 i を構成点とする四面体を集めてできる多面体の内部だけであり、表面三角形を含めまったく同じである。

特性④より、 n 個の点を導入して得られる四面体集合から、点 i を削除する場合、点 i を構成点とする四面体を集めてできる多面体を対象とすることができる。そして、点 i を構成点とする四面体を集めてできる多面体($dt(i)$ とする)から点 i を削除してできる多面体($dt(i-1)$ とする)を得る場合、 $dt(i)$ を構成する節点を取り出し、それらから i 点以外の点を用

いてデローニー分割を行う。しかし、この結果えられた要素成分が必ずしも $dt(i-1)$ と一致するとは限らない。それは、2つのケースのうちどちらかである。

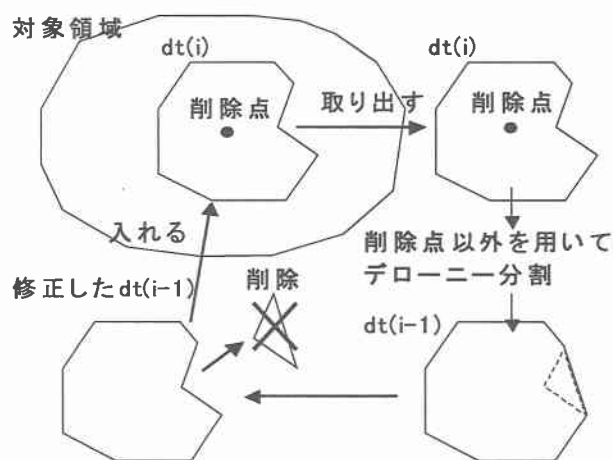
ケース1 デジェネラシーである場合

ケース2 $dt(i)$ が凹部を持つ多面体である場合

まず、ケース1の問題は、複数の四面体要素が、外接球を共有する場合に起こりえる。しかしこれは、節点の入力順序をもとの節点番号の小さい順にそろえることで解決できる。これは、デローニー分割で得られた要素形状の上記特性②、③による。

次にケース2の、 $dt(i)$ が凹部を持つ多面体である場合を考える。この場合一致しない理由は、特性①よりデローニー分割で得られた要素形状はすべて凸となるために、 $dt(i)$ の外部の凹部に不要な要素ができてしまうからである。このようなケースには、凹部に作られた一致しない部分を取り除く必要がある。

以上を図で説明すると、以下のようになる。



3. デローニー三角分割結果への点追加

節点の追加を行う場合、追加される領域に対する追加点の位置関係により、2つのパターンがある。1つは追加点が、領域の内部にある場合であり、もう1つは、追加点が領域の外部にある場合である。

3.1. 内部の点である場合

内部にある場合は、デローニー分割を行うときと

同様の操作を行うことで、点を追加することができる。次の図は、点追加の様子を簡単のため 2 次元で示したものである。

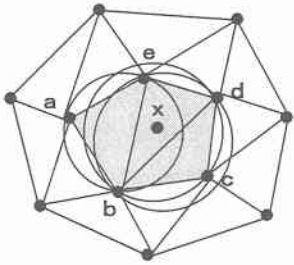


図1

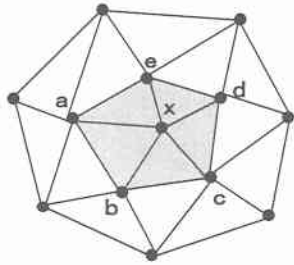


図2

ここで、点 x を追加点とする。まず、外接球内に点 x を含む要素を探す。図 1 の場合、点 x を含む要素は、 abe 、 bde 、 bcd の 3 つである。そして次に、この 3 つの要素からなる凸多面体の表面三角形と追加点 x を結び。以上の操作により、図 2 のように、点 x を新たに節点とする要素形状を得ることができる。

3.2. 外部の点である場合

追加点が外部にある場合、まず領域のすべての表面三角形から、追加点を視点とし、そこから見ることのできる表面三角形を取り出す。

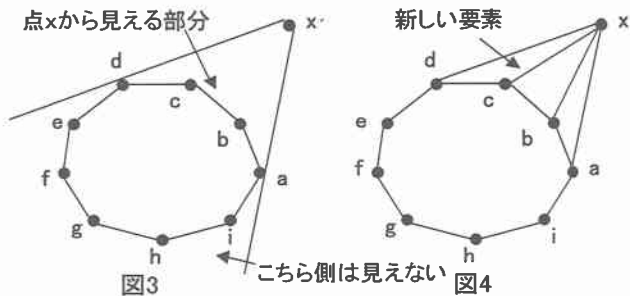


図3

図4

図 3 において、追加点 x から見ることのできる表面三角形は、反時計回りに $a-b$ 、 $b-c$ 、 $c-d$ の 3 つである。この 3 つの表面三角形と追加点 x をつなげることで、図 4 のような要素形状が得られる。

しかしながら、ここで得た要素形状はデローニー分割とは限らない。それは、次の場合である。

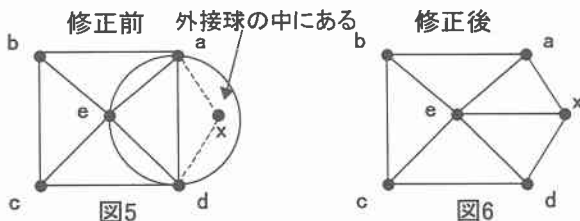


図5

図6

図 5 は追加点 x と表面三角形 ad を結び、新しい要素 adx を作ったものである。この場合、追加点 x が要素 aed の外接球内にあり、このままではデローニー分割にはならない。そこで、外接球内に追加点を含む要素 aed と、新しくできた要素 adx において要素の切り直しを行う。これにより、図 6 のように節点追加後の結果がデローニー分割となり、領域の外部にある追加点を追加することができる。

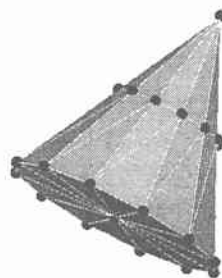
4. 結論

本研究では、デローニー分割法の出力データを入力データとして、節点の追加、削除法を提案した。本研究の手法を用いると、要素形状を修正する際、デローニー分割法の出力データを用いて、追加または削除する節点の情報を入力するだけで、要素形状の修正を行うことができる。

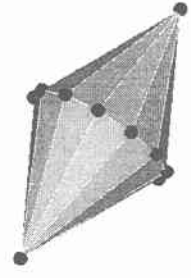
以上より、これらをツールとして用いることで、デローニー分割法は自動要素分割法として、より有効な手段となり、利用しやすくなったと言える。

(適用事例)

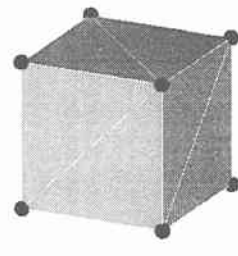
削除前



削除後



追加前



追加後

