

プロジェクトリスクを伴う共同事業の実行可能性に関するゲーム論的研究

(株)シマダ技術コンサルタント	正会員	○西岡武志
鳥取大学工学部	正会員	谷本圭志
鳥取大学工学部	正会員	喜多秀行

1. はじめに

複数の主体が関与するプロジェクトにおいては、配分される共同費用を参照しつつ、プロジェクトの参加を各主体が決定する。しかし、プロジェクトの計画段階において事業費用は多くの場合不確実である。この場合主体は、事後に確定する費用を配分するルールに関する交渉を行い、そこで選択された配分ルールを判断材料として、参加の是非を決定するであろう。しかし、このような主体間の自発的な配分ルールの交渉の結果、プロジェクトの実行可能性が必ずしも担保されるとは限らない。そこで、本研究では、費用配分ルールの交渉をモデル化し、交渉の結果として選択される費用配分ルールと形成される提携についてゲーム論的に考察する。

2. 本研究における基本的な考え方

プロジェクトの事業計画段階においては、プロジェクトに要する建設資材や工期等を予測し、その予測に基づいて計画が策定される。しかし、供用までに長時間を要するプロジェクトや建設地が広範囲に及ぶプロジェクトでは、物価、金利の変動や建設予定地における地下埋設物の発見や新たに開発すべき施工技術の必要性が生じるなど、計画段階では正確に予測できない事態が起こりうる。このため、当初の予測に基づいた計画において算定された費用と確定した費用との間に乖離が生じ、場合によっては著しく多くの費用が必要となる。このため、プロジェクトの費用予測に不確実性が混入することを前提として計画を策定せざるを得ない。

本研究においては、費用は確実に知りえないものの、その確率分布は分かっているものとする。この場合、主体はプロジェクト費用の確率分布に対する期待効用の確実性等価を用いて不確実な費用を評価し、これを最小化することを目的とすると考える。主体はリスク回避的であると仮定すると、主体 i の配分費用 x_i に関する確実性等価(X_i)は次式で近似される。

$$X_i = E[x_i] + \frac{1}{2} r_i \text{Var}[x_i] \quad (1)$$

ここに、 $E[x_i]$ は主体 i への配分費用の期待値、 r_i は主体

i のリスク回避度、 $r_i \text{Var}[x_i]/2$ はリスクプレミアムである。すなわち、主体は配分費用の期待値とリスクプレミアムの和で不確実な費用を評価する。

プロジェクトの費用が不確実である状況下では費用が確定的でないため、費用そのものを配分し得ない。しかし、一旦プロジェクトが計画、開始されると調査費などの回収不能な多額の費用が発生することから、主体はこれらの費用が発生する前の段階でプロジェクトに参加するか否かの意思決定をしなければならず、その判断材料として自らに配分される費用がたとえ不確実であっても必要となる。そこで、費用が決まる将来時点において適用する配分ルールを事前に決める場面を想定する。費用配分するための公正配分概念として、次式に示す一般化シャープレイ値¹⁾を用いる。

$$x_i = \sum_{i \in S, S \subseteq N} p(S, S \setminus \{i\}) [C(S) - C(S \setminus \{i\})] \quad (2)$$

式(2)における一つ一つの重みベクトル p が費用配分ルールである。費用配分ルールは当該の共同プロジェクトに参加する主体間での交渉により決定される。その交渉はどの主体も当該の共同プロジェクトから離脱するインセンティブをもたないよう結果を与えなければならない。つまり、当該プロジェクトの安定性を一旦導出した上で、その条件の下で交渉の落ち着いた所を探る。その結果ある配分ルールが選択されれば、その費用配分ルールの下で提携が安定、つまり共同プロジェクトは実行可能となる。

3. 実行可能な共同プロジェクトの導出

提携（共同プロジェクト）の安定性概念として、Carraro²⁾によって提案されている概念を用いる。Carraroによると、ある提携が安定的であるためには、1) 単独提携よりも小さな費用が得られること、2) 提携に参加するどの主体も離脱するインセンティブを持たないこと、3) 新たな主体が参加し、提携が拡大する可能性がないこと、という条件を満足する必要がある。Carraroは費用に不確実性がない場合を想定して安定性を定義しているため、以下では確定的な費用を確実性等価におきかえて修正した

定義を用いる。本研究では、各提携においてその構成員は上述の条件を満足する費用配分ルールを見出すよう交渉を行うものとする。もし、それが見出せなかった場合、その提携は不安定である。この概念に基づいて3人ゲームにおける各提携の安定性を整理すると、下表を得る。ただし、 $X_i(B)$ は、提携構造 B の下での主体 i の確実性等価である。

表1 提携の安定性条件

提携構造	安定性条件
$\{\{123\}\}$	$X_1(\{123\}) \leq X_1(\{1\}\{2\}\{3\})$ $X_2(\{123\}) \leq X_2(\{1\}\{2\}\{3\})$ $X_3(\{123\}) \leq X_3(\{1\}\{2\}\{3\})$
$\{\{12\}\{3\}\}$	$X_1(\{12\}\{3\}) \leq X_1(\{1\}\{2\}\{3\})$ $X_2(\{12\}\{3\}) \leq X_2(\{1\}\{2\}\{3\})$ $X_3(\{1\}\{2\}\{3\}) < X_3(\{123\})$
$\{\{13\}\{2\}\}$	$X_1(\{13\}\{2\}) \leq X_1(\{1\}\{2\}\{3\})$ $X_2(\{1\}\{2\}\{3\}) < X_2(\{123\})$ $X_3(\{13\}\{2\}) \leq X_3(\{1\}\{2\}\{3\})$
$\{\{1\}\{23\}\}$	$X_1(\{1\}\{2\}\{3\}) < X_1(\{123\})$ $X_2(\{1\}\{23\}) \leq X_2(\{1\}\{2\}\{3\})$ $X_3(\{1\}\{23\}) \leq X_3(\{1\}\{2\}\{3\})$

この安定性条件を参照し、各提携においてはその構成員による費用配分ルールに関する交渉が行なわれる。交渉においては1人の主体が費用配分ルールの提案を行い、残りの2人がそれを受け入れるか否かの決定を行うとする。もし、2人のうちどちらか1人が拒否した場合、提携は当該の提携構造の形成されないものとする。従って、提案者は安定性条件を満たす範囲で自らにとって最小の確実性等価を達成する費用配分ルールを提案する。つまり、提案者は以下に示す費用配分ルールを提案する。

- 全員提携 $\{\{123\}\}$ における提案者 (i)

$$p^* = \arg_p [X_i(\{\{123\}\}) \rightarrow \min | X_j(\{\{123\}\}) < X_j(\{\{1\}\{2\}\{3\}\})] \quad (3)$$

($j = 1, 2, 3$)

- 部分提携 $\{12\}$ における提案者 (i)

$$p^{**} = \arg_p [X_i(\{\{12\}\{3\}\}) \rightarrow \min | X_j(\{\{12\}\{3\}\}) < X_j(\{\{1\}\{2\}\{3\}\})] \quad (4)$$

($j = 1, 2$)

部分提携 $\{13\}, \{23\}$ についても同様の費用配分ルールの提案が行われる。

4. 提携が形成されない条件の導出

各提携構造において安定性条件が満たされる費用配分ルールの集合が存在する場合、その提携構造は少なくとも安定である。しかし、どのような費用配分ルールの下でも安定性条件を満たしえない場合がある。その条件を表2のように導出した。ただし、プロジェクトの費用は提携の人数に対して決まるものとし、単独提携におけるプロジェクトの費用の分散を σ^2 、部分提携及び全員提携におけるそれを $\alpha^2\sigma^2$ 、 $\beta^2\sigma^2$ で表す。また、共通集合をもつ二つの提携の費用関数の間の相関係数を ρ_2 で表し、もたない場合のそれを ρ_1 ($\rho_1 < \rho_2$) で表す。表2より、相関係数 ρ_1 が高いほど提携が形成されやすいことがわかる。

表2 提携が形成されない条件

提携構造	提携が形成されない条件
$\{\{123\}\}$	$2 - \rho_2\alpha + \rho_1 - \rho_2\beta + \rho_1\alpha < 0$ かつ $\alpha^2 + \frac{1}{2}\beta^2 - \rho_2\alpha^2 - \rho_2\beta - \frac{3}{2} > 0$
$\{\{12\}\{3\}\}$ $\{\{13\}\{2\}\}$ $\{\{1\}\{23\}\}$	$1 - \rho_2\alpha + 2\rho_1 < 0$ かつ $\alpha > 2\rho_2$

5. シミュレーション分析

安定性条件を前提として仮想的な数値例を用いた場合の費用配分ルールの選択を巡る主体間の交渉の結果を示す。 ρ_1 が高いほど大きな提携が形成されるという知見を得た。

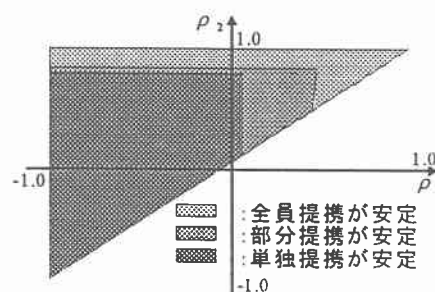


図1: 安定的な提携構造と相関係数の関係

6. おわりに

本研究では、費用配分ルールに関する交渉により主体間で提携を自発的に形成していくメカニズムをモデル化し、提携の安定性条件を導出した。それにより、費用構造が与えられた場合にどのような共同プロジェクトが実行可能か判断できるようになった。

¹⁾ Loehman, E. and Whinston, A.: A Generalized Cost Allocation Scheme, in Theory and Measurement of Economic Externalities, Edited by A. Stevens and Y. Lin, Academic, New York, 1976

²⁾ Carraro, C.: International Environment Negotiations-Strategic Policy Issues, Edward Elgar Publishing Limited, UK, 1997