非定常スペクトル解析による地震動の群遅延時間に関する基礎的研究

梶谷エンジニア㈱　正会員　○藤原　豪紀
広島工業大学工学部　正会員　中山　隆弘

１．はじめに　地震動の非定常スペクトル解析においては，時間と円振動数の関数である位相（時間位相と呼ぶ）が非定常スペクトルとともに算定される．本研究では，時間位相を円振動数で偏微分した非定常な群遅延時間の算定法とその数値計算結果について検討を加えている．なお，非定常な群遅延時間は，アレー観測された多点地震動の非定常相互スペクトルの位相を算定する際に亀田ら [1]が定義している．しかし著者の知る限りでは，亀田らは一つの地震動の非定常な群遅延時間に関する数値計算例を示していないようである．

２．非定常な群遅延時間の定義　地震動 $x(t)$ を中心円振動数 ω_i，帯域幅 $\Delta\omega_i$ をもつ狭帯域フィルターに通して得た狭帯域波（以下，帯域波という）を $x_i(t)$ とする．この帯域波は非定常スペクトル $f(t,\omega_i)$ と時間位相 $\phi(t,\omega_i)$ によって次のように表される．

$$x_i(t)=\sqrt{2f(t,\omega_i)\Delta\omega_i}\cos\{\omega_i t+\phi(t,\omega_i)\} \tag{1}$$

さて，非定常な群遅延時間 $t_{ng}(t,\omega_i)$ は，時間位相に対して $-\partial\phi(t,\omega_i)/\partial\omega_i$ で定義される [1]．ここでは，非定常な群遅延時間を次式の数値微分によって算定する．

$$t_{ng}(t,\omega_i)=-\frac{\phi(t,\omega_{i+1})-\phi(t,\omega_i)}{\omega_{i+1}-\omega_i} \tag{2}$$

３．数値計算と考察　非定常な群遅延時間の検討のために，次のような三つの帯域制限したホワイトノイズを作成した．フーリエ振幅は，いずれも 0.1～10Hz で一定とした．位相 $\theta(\omega_j)$ は，波形１では群遅延時間 $t_{gr}(\omega_j)=\{\theta(\omega_{j+1})-\theta(\omega_j)\}/(\omega_{j+1}-\omega_j)$ を平均 15 秒，標準偏差 1 秒の正規乱数で与え，$\theta(\omega_1)=0\mathrm{rad}$ として同定義式から合成した．波形２，３は，同平均値に標準偏差をそれぞれ３秒と５秒にした正規乱数を用いて合成した（図 1）．また $t_{ng}(t,\omega_i)$ の算定には，Ormsby の帯域フィルターを用いた．その帯域幅 Δf_i と中心周波数 f_i は次のような２ケースを設定した．ケース１では，亀田らの研究を参考にして相対帯域幅 $\Delta f_i/f_i$ を一定に，ケース２では $\Delta f_i=0.1\mathrm{Hz(fixed)}$ とした（図 2）．なお中心周波数は，いずれのケースにおいても 0.1～10Hz で $f_{i+1}-f_i=0.1\mathrm{Hz}$，すなわち 0.1Hz 間隔に取った．したがって，ケース１では $f_{i+1}-f_i=\Delta f_i$ とはなっていない．

図３と図４に三つの波形に対する各ケースの $t_{ng}(t,\omega_i)$ の算定結果を示す．図中の t は着目時間を示している．ケース１ではいずれも $t_{ng}(t,\omega_i)$ が着目時間付近に分布し，低周波数域で $t_{ng}(t,\omega_i)$ が大きくばらつき，約 5Hz 以上でばらつきが小さくなっている．これらの特徴は三つの波形でほぼ共通しており，帯域フィルターの設定方法に依存すると考えられる．ケース１の結果には波形の違いによると思われる細かい差異も見られるが，予め想定した $t_{gr}(\omega)$ の違いを図から読み取ることは困難である．これに対し，ケース２では，$t_{ng}(t,\omega_i)$ が想定した $t_{gr}(\omega)$ とほぼ一致する分布を示している．表１に $t_{gr}(\omega)$ と t=15 秒における $t_{ng}(t,\omega_i)$ のそれぞれ平均値と標準偏差を示している．両者の平均値は，波形３でやや差が大きくなるが，よい一致を示している．$t_{ng}(t,\omega_i)$ の標準偏差は，いずれも $t_{gr}(\omega)$ の場合に比べ小さい値となっている．$t_{ng}(t,\omega_i)$ の算定ではフィルターによる重み関数が波形に掛かるので，$t_{gr}(\omega)$ の場合より標準偏差が小さくなると考えられる．また，ケース２ではフィルターの帯域幅が小さいので，時間領域でのウインドウ幅は広くなっている．Ormsby のフィルターは非因果であり，t=10 秒では未来の（15 秒のピーク），t=20 秒では過去のピークが現れている．しかし，t=5 秒と 25 秒には 15 秒のピークの影響が見られない．着目時間を 20 秒から 1 秒間隔ごとに設定した結果によると，t=23 秒では 15 秒のピークの影響が比較的強く見られた．$\Delta f=0.1\mathrm{Hz}$ の場合の時間領域におけるウインドウ幅はおおよそ 16 秒程度と考えられる．

４．おわりに　フーリエ位相を調整したホワイトノイズに対する $t_{ng}(t,\omega_i)$ の結果から，ケース２のように帯域フィルターを設定した場合には，ある着目時間に対する $t_{ng}(t,\omega_i)$ が $t_{gr}(\omega)$ とよく一致することを示した．ただし， $t_{ng}(t,\omega_i)$ の算定では帯域フィルターによる重み関数（時間領域）が波形に掛かるため， $t_{ng}(t,\omega_i)$ には着目時間前後の波形の特徴が強く現れる．

参考文献　1)亀田，沢田，亀井：マルチフィルターによる地震動の非定常相互スペクトル特性の解析，京都大学防災研究所年報，No.30B-2，pp.1～18，1987.

表-1　$t_{gr}(\omega)$ と $t_{ng}(15,\omega_i)$ の統計値

波形	平均値(sec)		標準偏差(sec)	
	tgr	tng	tgr	tng
1	15.07	15.06	1.38	0.43
2	15.31	15.17	3.61	1.28
3	15.73	14.97	5.89	2.00

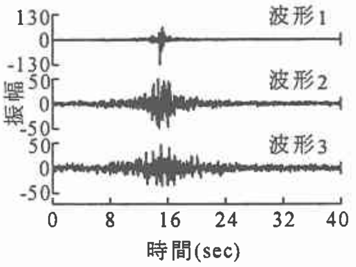

図-1 位相を調整したホワイトノイズ

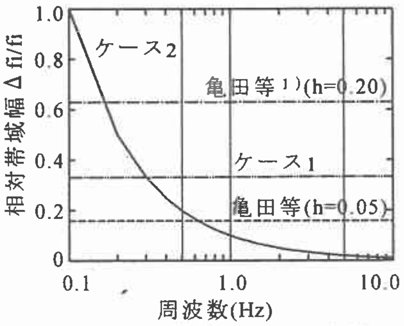

図-2 tng(t,ω)の算定に用いた帯域フィルターの相対帯域幅

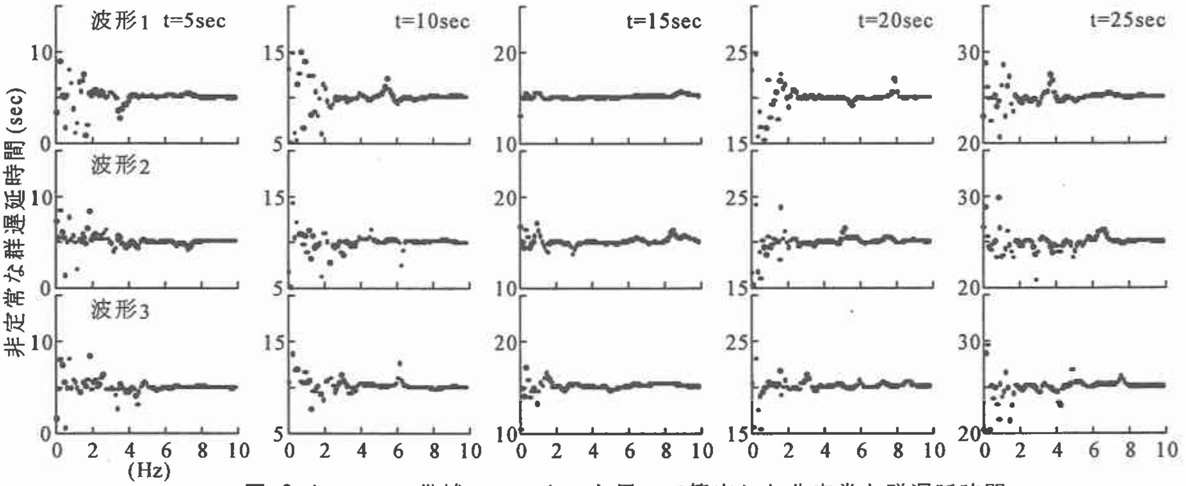

図-3 ケース1の帯域フィルターを用いて算定した非定常な群遅延時間

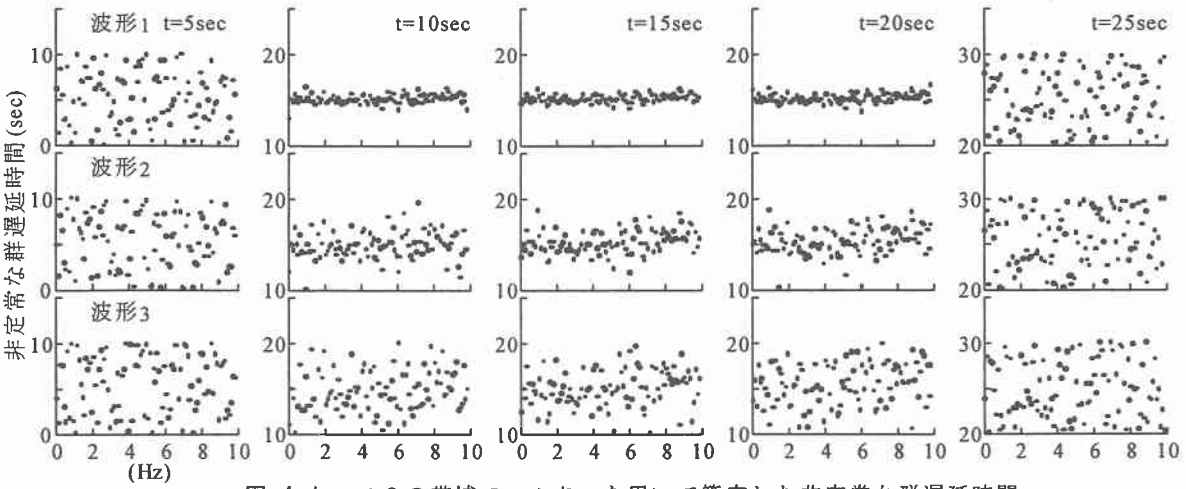

図-4 ケース２の帯域フィルターを用いて算定した非定常な群遅延時間