非定常入力を受ける1自由度系の最大変位応答の確率論的特性

鳥取大学工学部　正会員　盛川　仁　鳥取大学工学部　正会員　池内智行
鳥取大学工学部　フェロー会員　上田　茂　鳥取大学大学院　学生員　○矢田祐子

1. はじめに　隣り合うフーリエ位相の差である位相差分分布と時刻歴波形の包絡形と類似性があることは、よく知られている[1]。また、フーリエ位相の振動数軸に対する傾きである群遅延時間スペクトルの平均値は時刻歴波形の重心位置と、そのばらつきは継続時間と密接に関係していることが示されている[2]。そのため、位相スペクトルそのものよりも群遅延時間を用いる方が波形の非定常的な性質を把握しやすい。本研究では、位相特性の影響を大きく受けると考えられる非定常時系列波形の最大値と群遅延時間の関係について確率論的観点から考察する。この結果は、応答スペクトルのような最大値に依存する量を振動数領域から直接予測するための有用な情報を与えるものと期待される。

2. 位相特性を考慮した波形のシミュレーション方法　以下では、位相特性の影響を調べることが目的であるから、フーリエ振幅特性については振動数軸上で一定値とし、$t_{gr}(\omega)$ の確率分布特性は振動数によらず同じものを与える。

$t_{gr}(\omega)$ は、フーリエ位相スペクトル $\phi(\omega)$ を振動数 ω 軸上で微分したもので、$t_{gr}(\omega)=\frac{d\phi(\omega)}{d\omega}$ によって定義される。シミュレーションでは離散フーリエ変換を用いるので、振動数 ω_k におけるフーリエ位相を ϕ_k とすると、ϕ_k の実現値は漸化式 $\tilde{\phi}_{k+1}=\tilde{\phi}_k+\tilde{t}_{gr}(\omega_k)d\omega\ \ (k=1,2,\cdots)$ で表される。ここで、$\tilde{}$ はその確率変数の実現値の一つを表すものとし、初期位相 ϕ_1 には、0〜2π の一様乱数からの実現値を与える。

$t_{gr}(\omega)$ の確率分布としては次式を用いた[3]。

$$f_{tgr}(x) \;=\; \frac{0.711\sigma_{tgr}}{(x-\mu_{tgr})^2\sqrt{2\pi}}-\frac{0.253\sigma_{tgr}^2}{|x-\mu_{tgr}|^3}\exp\left(\frac{0.253\sigma_{tgr}^2}{(x-\mu_{tgr})^2}\right)\left\{1-\Phi\left(\frac{0.503\sigma_{tgr}}{|x-\mu_{tgr}|}\right)\right\} \tag{1}$$

ここで、$\Phi(x)$ は誤差関数、μ_{tgr} 及び σ_{tgr}^2 は $t_{gr}(\omega)$ の平均と分散である。このとき、μ_{tgr}、σ_{tgr}^2 はそれぞれ相対的に大きい振幅を有する波群の中心位置及び継続長さを支配するパラメータとなっている。

3. 1自由度系の最大変位応答の確率分布　式(1)における μ_{tgr} は一定とし、種々の σ_{tgr}^2 について最大変位応答の平均、標準偏差、頻度分布を1000回のシミュレーションより求める。

シミュレーションから得られた頻度分布を図1、2に示す。ここで、1自由度系の減衰定数 h は5%とした。一般に、このような問題における最大値の確率分布は、第一種極値分布(グンベル分布)に従うとされている。そこで、シミュレーションから得られた最大変位応答の平均及び分散を有するグンベル分布の関数形を図1、2に破線で示した。これらの図にみられるとおり最大変位応答の頻度分布とグンベル分布は σ_{tgr}^2 の値によらず非常によく一致しており、このことは、非定常入力を受ける1自由度系の最大変位応答の確率分布としてグンベル分布をあてはめ得ることを示している。

次に、最大変位応答の平均及び標準偏差が、σ_{tgr} とどのような関係にあるか検討する。1自由度系の減衰定数 h が5%の場合の最大変位応答の平均を図3に示す。また、それの標準偏差は平均とほぼ同じ性質を示すので以下では平均について述べる。σ_{tgr} がある値以上になると最大変位応答の平均、標準偏差ともに一定値となっている。この値は定常応答の最大値の平均及び標準偏差と一致しており、$t_{gr}(\omega)$ の標準偏差 σ_{tgr} がある程度大きくなると入力波は定常波とみなしうることがわかる。また、σ_{tgr} の小さい領域では、1自由度系の応答はインパルス応答関数でほぼ近似できる。このことは、図3において σ_{tgr} が小さくなるにつれて、インパルス応答関数の最大値を示す水平な破線がその値に漸近していることからも理解される。一方、σ_{tgr} がこれらの中間の値をとる遷移領域では、両対数軸上でほぼ直線的に変化している。減衰定数の値によらずこのような性質は認められるが遷移領域における傾き α 及び最大変位応答が定常応答の場合と一致する点(折れ曲がり点) β は減衰定数 h に依存する。そこで、種々の h に対する最大変位応答の α と β を調べた。h と α の関係を図4に示す。このとき、$\alpha=a+\frac{b}{h}$ の形の関数にあてはまることができ、β についても同様である。

以上より、σ_{tgr} と減衰定数 h が与えられれば、以下の手順により容易に最大変位応答の確率分布を予測できる。すなわち、(i) h より傾き α と折れ曲がり点 β を求める。(ii) 定常応答の理論解を用いて、σ_{tgr} の遷移領域での最大変位応答の平均、標準偏差を図 2 と同様に σ_{tgr} 軸に対してプロットする。(iii) 最大変位応答はグンベル分布となることがわかっているので与えられた σ_{tgr} に対応する最大変位応答の平均及び標準偏差を求め、グンベル分布の式にあてはめる。

4. 群遅延時間の平均値の影響　μ_{tgr} の周波数特性が応答に与える影響を調べるために、σ_{tgr} は一定とし、短・中・長周期の 3 つの周波数帯ごとに異なる μ_{tgr} を与えて解析を行う。このとき、1 自由度系の固有周波数は中周期となる周波数帯に含まれている。各周波数毎に与える μ_{tgr} の値の組合せを変えて 6 パターンのシミュレーションを行い、最大変位応答の平均、標準偏差を求めた。

シミュレーションから得られた最大変位応答の平均、標準偏差を図 5、6 に示す。最大変位応答の平均は μ_{tgr} の周波数特性の影響を受けにくく、μ_{tgr} を一定としたときの値に近くなっている。一方、その標準偏差は、バラツキが大きい。固有周波数を含む周波数帯に注目して標準偏差のバラツキの傾向を考えると、固有周波数を含む周波数帯が後からくる場合には、大きな応答となる可能性のあることがわかる。

5. まとめ　1 自由度系の最大変位応答の確率論的特性を検討した結果、非定常入力を受ける 1 自由度系の最大変位応答の頻度分布はグンベル分布に従う。また、フーリエ振幅スペクトルが一定値をもつならば、減衰定数 h と σ_{tgr} のみから 1 自由度系の最大変位応答の確率分布を推定可能とする。また、系の固有周波数を含む周波数帯が後からくる場合には大きな応答のでる可能性が高い。今後は、振幅の周波数特性も考慮した最大変位応答のモデル化をすすめていく予定である。

参考文献　1) 大崎：新・地震動のスペクトル解析入門、鹿島出版会、1994. 2) 和泉・勝倉：日本建築学会論文集, 第 327 号, pp.20–26, 1983. 3) 盛川ほか：第 25 回地震工学研究発表会講演論文集，1999.7, pp.93–96.

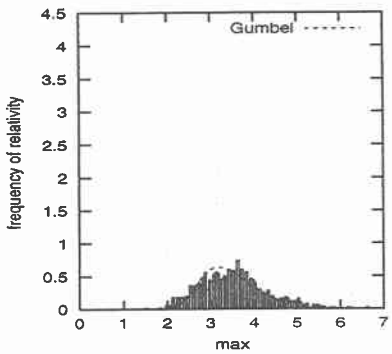

図 1　最大変位応答の頻度分布 ($h = 5.0\%, \sigma = 2$)

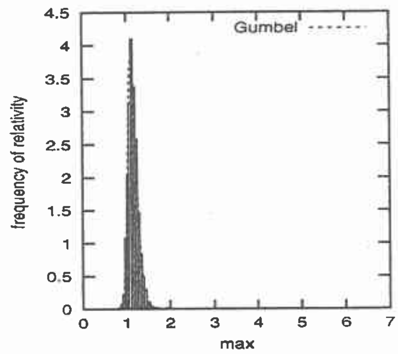

図 2　最大変位応答の頻度分布 ($h = 5.0\%, \sigma = 65536$)

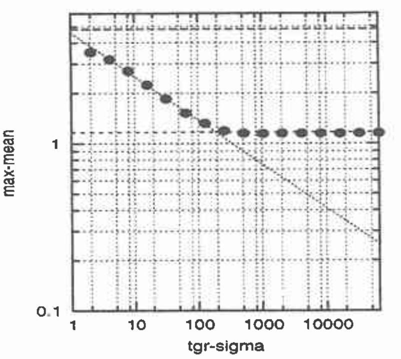

図 3　σ_{tgr} と最大変位応答の平均の関係

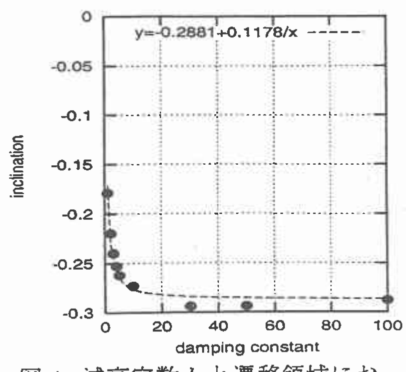

図 4　減衰定数 h と遷移領域における傾き α の関係

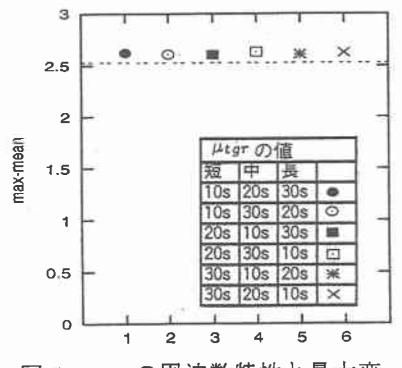

図 5　μ_{tgr} の周波数特性と最大変位応答の平均の関係

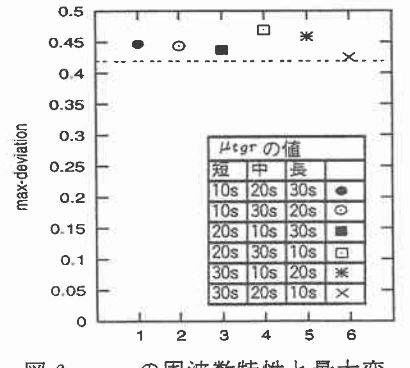

図 6　μ_{tgr} の周波数特性と最大変位応答の標準偏差の関係